

SÉRIES TEMPORAIS: modelos de previsão no mercado financeiro

Leonardo Silva Granado Molina
Discente do Curso de Licenciatura em Matemática – Uni-FACEF
leonardosilvagranadomolina@gmail.com

Prof^ª. Dra. Lucinda Maria de Fátima Rodrigues Coelho
Doutora em Ciência e Docente do Uni-FACEF
lucindarcoelho@gmail.com

RESUMO

Este trabalho explora a aplicação de Médias Móveis e Modelos Autorregressivos no mercado acionário brasileiro, com o objetivo de interpretar comportamentos econômicos e auxiliar na tomada de decisões de investimento. Inicialmente, são apresentados os conceitos fundamentais do Mercado Acionário Brasileiro e da estatística descritiva, que servem como base teórica para a análise de dados financeiros, como a distribuição, tendência central e dispersão dos dados. Na sequência, são abordadas ferramentas matemáticas essenciais para o estudo de séries temporais, como a Média Móvel Simples (SMA) e a Média Móvel Exponencial (EMA), além dos Modelos Autorregressivos, com ênfase em modelos que consideram a heterocedasticidade. Essas ferramentas permitem suavizar flutuações aleatórias e identificar tendências e padrões subjacentes nos dados ao longo do tempo. A aplicação prática dessas metodologias foi demonstrada com um estudo das cotações de duas empresas da B3: Petrobrás (PETR3) e Vale (VALE3), em que são analisadas as variações de preço dos ativos ao longo de um intervalo de tempo pré-determinado. As Médias Móveis foram aplicadas para compreender o comportamento dos preços das ações, enquanto os Modelos Autorregressivos foram utilizados para prever possíveis variações futuras nos preços. Conclui-se que a combinação de Médias Móveis e Modelos Autorregressivos oferece uma abordagem robusta para a análise de séries temporais no mercado financeiro, permitindo a identificação de tendências e a realização de previsões mais precisas. Essas técnicas se mostraram eficazes para a análise e interpretação de dados financeiros, fornecendo estratégias para a tomada de decisões informadas por parte de investidores.

Palavras-chave: séries temporais; médias móveis; modelos autorregressivos; mercado acionário; análise financeira.

ABSTRACT

This work explores the application of Moving Averages and Autoregressive Models in the Brazilian stock market, with the objective of interpreting economic behaviors and assisting in investment decision-making. Initially, the fundamental concepts of the Brazilian Stock Market and descriptive statistics are presented, which serve as a theoretical basis for the analysis of financial data, such as the distribution, central tendency and dispersion of data. Next, essential mathematical tools for the study of time series are addressed, such as the Simple Moving Average (SMA) and the Exponential Moving Average (EMA), in addition to Autoregressive Models, with an emphasis on models that consider heteroscedasticity. These tools allow you to smooth out random fluctuations and identify underlying trends and patterns in the data over time. . The practical application of these methodologies was demonstrated with a study of the quotations of two B3 companies: Petrobras (PETR3) and Vale (VALE3), in which the price variations of assets over a predetermined time interval are analyzed. Moving Averages were applied to understand the behavior of stock prices, while Autoregressive Models were used to predict possible future changes in prices. It is concluded that the combination of Moving Averages and Autoregressive Models offers a robust approach to the analysis of time series in the financial market, allowing the identification of trends and the realization of more accurate forecasts. These techniques have proven effective for the analysis and interpretation of financial data, providing strategies for informed decision-making by investors.

Keywords: time series; moving averages; autoregressive models; stock market; financial analysis

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho propõe a aplicação de Médias Móveis e Modelos Autorregressivos na ciência das finanças, com foco no mercado acionário brasileiro. Resumidamente, sua finalidade é fornecer ferramentas que auxiliem possíveis investidores na interpretação dos comportamentos econômicos. Devido à complexidade e volatilidade inerentes aos mercados financeiros, técnicas robustas de análise de séries temporais são essenciais para identificar padrões, tendências e realizar previsões confiáveis.

A análise de séries temporais em aplicações financeiras exige uma combinação de conhecimentos práticos e teóricos sobre finanças, análise estatística, programação e conceitos básicos tecnológicos. Logo, o objetivo geral do trabalho é compreender que o mercado financeiro é influenciado por fatores econômicos, sociais, ambientais e culturais, tornando a previsão de preços um desafio que requer ferramentas matemáticas e estatísticas para interpretar de forma mais robusta as oscilações e ciclos econômicos.

Não se planeja transportar mercadorias em navios, ou juntar mercadorias para venda, ou emprestar dinheiro sem primeiro determinar o que o futuro nos reserva. Garantir que a mercadoria encomendada seja entregue em tempo, cuidando para que os artigos que se planeja vender sejam produzidos de acordo com o cronograma, e ter suas instalações para venda bem localizada deve ser planejado antes de os clientes aparecerem e colocarem seu dinheiro no balcão. O executivo de negócios bem-sucedidos é, antes de tudo, um providente: ao comprar, produzir, fazer marketing, determinar preços e organizar (BERNSTEIN, 1996, p.21-22, apud CLIFF, 2011, p.501).

Os objetivos específicos são baseados na utilização de conceitos de séries temporais aplicados em análises financeiras para a previsão e tomada de decisões para curto, médio e longo prazo, tais como:

- **Análise de Volatilidade:** as séries temporais financeiras também podem ser usadas para analisar a volatilidade dos preços dos ativos. A volatilidade é uma medida de variação dos preços ao longo do tempo e pode ser útil para calcular riscos e definir estratégias de gerenciamento de carteiras de investimentos.

- **Análise de tendência:** podem revelar tendências ao longo do tempo, como crescimento ou declínio de um ativo através da análise gráfica e estatísticas das séries, para identificar padrões e extrair informações sobre a direção futura dos preços.

- **Previsão de preços:** com base nos padrões identificados nas séries passadas, é possível utilizar modelos estatísticos e algoritmos de aprendizado de máquina para prever os preços futuros de ativos financeiros e dessa forma, para tomar decisões de compra ou venda de ações, por exemplo.

O trabalho está organizado da seguinte forma: o capítulo 2, trata do Mercado Acionário Brasileiro. O capítulo 3 apresenta conceitos fundamentais da estatística descritiva, que fornecem a base teórica necessária para análise dos dados financeiros. São abordados tópicos como a distribuição, tendência central e dispersão dos dados, os quais são basilares para as análises subsequentes.

No Capítulo 4, são apresentados fundamentos matemáticos para o estudo das Séries Temporais, com ênfase nas Médias Móveis e nos Modelos Autorregressivos. Essas técnicas são utilizadas para suavizar flutuações aleatórias e identificar tendências ou padrões subjacentes nos dados coletados ao longo de períodos consecutivos. O estudo foca em duas médias móveis: a Média Móvel Simples (SMA) e a Média Móvel Exponencial (EMA).

O Capítulo 5, discute-se o uso de ferramentas matemáticas para os modelos autorregressivos, com destaque para o modelo Garch (1,1) e o uso da linguagem de programação R. Esse modelo é amplamente utilizado para medir a volatilidade de um conjunto de dados ao longo de um determinado período. Além da fundamentação teórica, serão apresentados exemplos práticos e a análise de resultados utilizando software estatístico, com o objetivo de facilitar a compreensão do modelo e sua aplicação em cenários reais.

Esta estrutura permite não apenas uma compreensão teórica dos métodos estatísticos apresentados, mas também sua aplicação prática no contexto do mercado financeiro brasileiro, fornecendo aos investidores ferramentas para uma tomada de decisão informada e estratégica.

2 MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO

O Mercado de ações no Brasil foi fundado em 1890, no término da era colonial do falecido rei Dom Pedro II. Por algumas décadas do século XX, as Bolsas de Valores nacionais, registrada apenas uma em cada estado brasileiro totalizando 27 Bolsas espalhadas pelo Brasil, passaram por várias conjecturas, e por isso, alguns termos em âmbito comercial e de gestão tiveram que ser reformulados ao longo dos anos. No entanto, já no século XX, após todos esses processos de mudanças e transformações, o Sistema Financeiro Nacional (SFN) declarou a unificação nos meios de negociações de títulos e valores Mobiliários numa única Bolsa de Valores. Sua acessibilidade tornou-se possível mediante a preceitos institucionais, sendo eles válidos em todo o território do Estado. Atualmente, é reconhecida pelos investidores pelo nome de B3 (Brasil, Bolsa e Balcão). (Sachett; Moreira Begnis, 2019).

O Mercado acionário tem por objetivo promover o pleno desenvolvimento econômico de um país, sob medidas fiscais responsáveis e cadeias produtivas saudáveis. A crucialidade deste mercado no setor econômico, se dá devido a liquidez de emissões de empresas e a fomentação na capitalização do Setor Privado, fornecido às grandes empresas nacionais ou por aquelas que estão ainda em processo de desenvolvimento, mas que possuem grande potencial de crescimento. Com o capital em caixa, essas empresas começam seus projetos de expansão e, assim que gerarem retorno financeiro com o negócio implantado, parte dele é distribuído aos sócios e acionistas minoritários (Marques; Porto, 2004).

Além disso, apesar do importante papel que possui sobre os efeitos econômicos, o Mercado de Capitais e a Bolsa de Valores no Brasil, ainda não são reconhecidos e desenvolvidos como em outros países, como por exemplo, Estados Unidos, China, Inglaterra e outros. O método de negociação e o meio de interpretar esse Mercado faz com que o cidadão brasileiro, que não possua o real entendimento no acesso ao Mercado aberto, e conseqüentemente, fique fora das possibilidades de ganhar dinheiro participando ativamente como sócio de grandes negócios do Setor Privado.

2.1 ATIVOS NEGOCIADOS NO MERCADO DE AÇÕES

Os investidores brasileiros negociam suas operações do Mercado de Capitais, na (B3), que é a principal instituição brasileira de intermediação de negociação de ativos entre investidores e incorporações do sistema financeiro nacional brasileiro. Ela promove o desenvolvimento e implantações de sistemas para promover as negociações de ações, títulos públicos federais, moedas à vista, títulos de renda fixa, derivativos de ações, ADR, BDR e commodities agropecuárias. Abaixo tem-se a definição de alguns dos principais ativos que compõem os meios de negociação da B3, normalmente aqueles que são mais comuns entre os investidores no Brasil:

- **Ação:** Uma ação equivale a menor parcela do capital social de uma empresa, ou seja, o número total de ações determina a participação de cada acionista numa sociedade anônima:

- **Ações ordinárias:** O investidor não confere direitos de voto, mas não garante pagamentos de dividendos, uma vez que não possuem preferência no recebimento de dividendos;

- **Ações preferenciais:** O investidor normalmente não possui direitos a voto, mas possui preferência no recebimento de dividendos caso a empresa esteja disposta em liquidar suas respectivas ações;

- **ADR:** As ADR (American Depositary Receipt) são certificados de ações de empresas estrangeiras negociadas nas bolsas de valores americanas, como a Nyse ou Nasdaq;

- **BDR:** As BRD (Brazilian Depositary Receipts) são certificados que representam ações de empresas estrangeiras, negociadas na bolsa de valores brasileira.

- **Derivativos:** O mercado de derivativo é difundido por quatro modelos de negociação:

- **Futuros:** São contratos padronizados que exige das duas partes a comprar ou vender um ativo em uma data futura a um preço predeterminado;

- **Termo:** São contratos não padronizados, mas que também exige das duas partes a confirmação do preço predeterminado numa suposta compra ou venda de um determinado ativo no futuro;

- **Swap:** É um acordo de negociação entre as duas partes em que basicamente terão que fazer uma troca de fluxos de caixas futuros, como taxa de juros, taxa de inflação ou moedas, por exemplo.

- **Opções:** Método de negociação que dá direito ou a obrigação de comprar ou vender um determinado ativo a um preço específico antes de uma data de expiração;

- **Commodities:** São bens fungíveis, ou seja, intercambiáveis, que se resumem em processos de produção negociados em mercados globais. Possui quatro modalidades de negociação:

- **Agrícola:** Negociações pautadas em produtos derivados da agricultura, como trigo, milho, soja, café e açúcar;

- **Energética:** Produtos derivados do petróleo, gás natural, carvão e biocombustível

- **Metais:** Produtos derivados em metais industriais (cobre, alumínio e zinco) e metais preciosos (ouro, prata e platina);

- **Financeiras:** Negociações derivadas de moedas, índices econômicos etc.

Logo, vale ressaltar que os investidores só conseguem acesso aos produtos de investimentos e a esta companhia de negociação, a B3, através de uma Corretora de Títulos e Valores Mobiliários (CTVM). As CTVM são instituições financeiras responsáveis por todos os processos de negociação de ativos e, pelo gerenciamento de carteiras de investimentos dos seus respectivos clientes investidores. Nesse sentido, caso o investidor não possua acesso a uma dessas instituições financeiras, não conseguirá ter acesso aos ativos negociáveis no Mercado de Ações.

2.2 MERCADO PRIMÁRIO E MERCADO SECUNDÁRIO

O processo de negociação entre investidores e empresas na Bolsa Valores é chamado de Mercado Primário. Basicamente, esse é o momento em que a empresa emite novas ações no Mercado, convidando os investidores a participarem como sócios da companhia, e, portanto, terceirizando com eles os lucros, prejuízos, valorização e desvalorização das cotas da empresa ao longo tempo. Vale ressaltar que a emissão das ações parte de um preço pré-estabelecido pela área contábil da empresa. Com isso, outro meio de comprar ou vender ações no Mercado de Capitais é através do Mercado Secundário. Resumidamente, é o ambiente de negociação realizado especificamente entre Investidores, sendo somente negociado após o processo de emissão de novas ações realizadas pelas companhias anteriormente. Este é o meio que auxilia o acionista a vender suas ações, caso não esteja satisfeito com os resultados da companhia, ou também, caso queira aumentar sua participação poderá comprar mais ações de outro investidor propício a vender o mesmo ativo.

2.3 ANÁLISE TÉCNICA E ANÁLISE FUNDAMENTALISTA

Dentre os meios de negociação na bolsa, é utilizado recorrentemente pelos investidores, modelos estatísticos e fundamentos econômicos que auxilia o investidor a analisar os comportamentos passados dos ativos negociados para a tentar encontrar oportunidades de lucros sobre eles no futuro num baixo nível de risco, e então, dessa forma, compor parcialmente seu portfólio de investimentos. No mercado acionário é comum que essas análises sejam feitas com softwares apropriados para essa atividade, possibilitando ao investidor seguir aquela análise definida pelo programa e dar continuidade nas suas operações. No entanto, além desses computadores, existem também dois métodos de análises que são realizados pelos próprios investidores ou até mesmo profissionais do mercado financeiro, chamadas de análise técnica e análise fundamentalista. Veja abaixo a funcionalidade delas:

- **Análise Técnica:** Busca por meio de interpretações de gráficos de ativos financeiros identificar padrões e tendências no comportamento do mercado de resultados passados, para compreender os preços das ações sobre movimentos futuros de curto médio principalmente. Esse método auxilia o investidor a identificar

reversões de tendências e boas oportunidades de entrada ou saída das operações;

- **Análise Fundamentalista:** Este método busca determinar o preço intrínseco das ações de uma companhia afim de compreender os movimentos de longo prazo sobre os preços futuros delas. A análise é decorrida a partir de determinados indicadores fundamentalistas que ajuda extrair informações da saúde financeira, perspectivas futuras e pontos de atenção da empresa. Esse modelo observação, pode ajudar diretamente na tomada de decisão do investidor no momento de comprar ou vender uma ação.

Assim como já mencionado, essas metodologias de análises são alternativas que podem auxiliar os investidores a tomarem suas decisões no momento de executarem suas operações no mercado, buscando o melhor desempenho possível em seus resultados financeiros. Vale ressaltar, que são métodos que exigem conhecimento e habilidades específicas para a compreensão necessária dos resultados, umas vezes que seus resultados por vezes não são totalmente diretos e coerentes, exige do operador experiência e interpretação sobre os dados informados.

3 CONCEITOS DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Este capítulo aborda conceitos essenciais de estatística, incluindo medidas de tendência central, medidas de dispersão e a curva de Gauss, também conhecida como distribuição normal. Esses conceitos são fundamentais para a compreensão de como os dados se comportam e como extrair informações significativas.

3.1 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

As medidas de tendência central são valores que representam o centro de um conjunto de dados. As três medidas mais comuns de tendência central são a média, a mediana e a moda.

3.1.1 MÉDIA

A média aritmética é a soma de todos os valores dividida pelo número de valores. É a medida de tendência central mais usada e é sensível a valores extremos (outliers). Dada pela fórmula:

$$\bar{x} = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)}{n} = \sum_i^n \frac{x_i}{n}$$

Onde:

- \bar{x} é a média.
- x_i são os valores dos dados.
- n é o número de valores.

A média aritmética de uma distribuição de frequências por pontos ou valores ou ainda por classes ou intervalos é dada por:

$$\bar{x} = \frac{(f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n)}{(f_1 + f_2 + \dots + f_n)} = \sum_i^n \frac{f_i x_i}{n}$$

- f_i = frequência simples da classe i .

3.1.2 MEDIANA

A mediana é o valor que divide o conjunto de dados em duas partes iguais, de modo que metade dos valores está abaixo da mediana e metade está acima. É menos sensível a valores extremos do que a média.

Para encontrar a mediana organiza -se os dados em ordem crescente:

- Se o número de valores “ n ” for ímpar, a mediana é o valor central:

$$Me = X_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

• Se o número de valores “n” for par, a mediana é a média dos dois valores centrais:

$$M_e = \frac{X_{\left(\frac{n}{2}\right)} + X_{\left(\frac{n}{2}\right)+1}}{2}$$

• Se as frequências forem agrupadas em classes ou intervalos a mediana é dada pela expressão:

$$m_e = l_i + h_i \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right)$$

Onde:

l_i = limite inferior da classe mediana, isto é, a classe que contém o ou os valores centrais;

h_i = amplitude da classe mediana;

f_i = frequência simples da classe mediana;

F_{i-1} = frequência acumulada simples da classe anterior à classe mediana.

3.1.3 MODA

A moda de um conjunto de valores, anotada por m_o , é definida como “o valor (ou os valores) que ocorrem com maior frequência”. Diferentemente da mediana e da média, a moda pode não ser única. No conjunto encontra-se frequências bimodal, trimodal ou até mesmo amodal (sem moda) se todos os valores ocorrerem com a mesma frequência).

A moda de uma distribuição de frequências por classes ou intervalos é dada pelas seguintes fórmulas:

• **Moda de King:**

$$m_o = l_i + h_i \left(\frac{f_{i+1}}{f_{i-1} + f_{i+1}} \right)$$

Ou:

• **Moda de Kzuber:**

$$m_o = l_i + h_i \left(\frac{f_i - f_{i-1}}{2f_{i-1} - f_{i-1} - f_{i+1}} \right)$$

Onde:

l_i = limite inferior da classe modal, isto é, a classe de maior frequência;

h_i = amplitude da classe modal;

f_i = frequência simples da classe modal;

f_{i-1} = frequência simples da classe anterior à classe modal;

f_{i+1} = frequência simples da classe superior à classe modal.

3.2 MEDIDAS DE DISPERSÃO

As medidas de dispersão indicam a variabilidade dos dados em torno da medida de tendência central. As medidas mais comuns de dispersão são o desvio padrão, a variância e o intervalo interquartil.

Relação entre as três medidas de posição: Karl Pearson estabeleceu a seguinte relação aproximada entre as três medidas de posição:

$$\bar{x} - m_o = 3(\bar{x} - m_e)$$

ou seja, em uma distribuição de frequências a diferença entre a média e a moda é aproximadamente três vezes maior do que a diferença entre a média e a mediana.

3.2.1 AMPLITUDE

A amplitude, representada por “h”, é a diferença entre os valores extremos do conjunto de dados:

$$h = X_{max} - X_{min}$$

A amplitude é uma medida simples e fácil de calcular, pois oferece uma ideia da variabilidade do conjunto. No entanto, não considera todos os valores dele, geralmente é preferível utilizar medidas que consideram toda informação disponível. Uma destas medidas é o desvio médio absoluto ou simplesmente desvio médio.

3.2.2 DESVIO MÉDIO (Absoluto)

O desvio médio, representado por “dma”, é “a média das distâncias dos valores do conjunto em relação à média”.

$$d_{Ima} = \frac{[|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|]}{n} = \sum \frac{|x_i - \bar{x}|}{n}$$

Apesar de ser fácil interpretar e calcular o desvio médio não é muito utilizado em Estatística. A medida de dispersão usual é a variância, onde sua raiz quadrada é conhecida como desvio padrão.

3.2.3 VARIÂNCIA

A variância representada por σ^2 , é a média dos quadrados dos desvios dos valores em relação à média e a diferença entre um valor do conjunto e a média.

$$\sigma^2 = \frac{[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_i - \bar{x})^2]}{n} = \sum_i^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Esta expressão pode não ser a mais prática quando a média é um valor decimal não exato, devido a erros de arredondamento. Em tais caso, uma expressão alternativa pode ser derivada da expressão acima:

$$\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_i^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + x_i^{-2}) = \sum_i^n X_i^2 - 2\bar{x} \sum_i^n x_i \sum_i^n x^{-2}$$

Observando que $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ então $\sum x_i = n\bar{x}$ e que $\sum \bar{x}^2 = n\bar{x}^2$, tem-se:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2$$

Dividindo este resultado por “n” e simplificando tem-se:

Esta é uma forma para o calcular a variância, que pode ser caracterizada como: “a média dos quadrados menos o quadrado da média”.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

3.2.4 DESVIO PADRÃO

A variância por ser uma medida de dispersão quadrática, em que não permite comparações diretas com a unidade original dos dados. Para obter uma medida de variabilidade com a mesma unidade dos valores do conjunto, utiliza-se a raiz quadrada da variância, conhecida como desvio padrão. A expressão para o desvio é:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

EXEMPLOS 1:

1) Desempenho de Funcionários

Uma empresa avaliou o desempenho anual de seus funcionários e registrou os seguintes pontos: 55, 70, 65, 85, 90, 75, 80, 85, 95, 60. Calcule:

- A média aritmética do desempenho dos funcionários;
- O desvio médio absoluto dos pontos em relação à média;
- A variância dos pontos;

d) O desvio padrão dos pontos;

e) Supondo que os pontos de desempenho seguem uma distribuição normal, determine o intervalo que contém aproximadamente 95% dos pontos (use a propriedade da curva de Gauss para a distribuição normal).

2) Tempo de Resposta

O tempo de resposta (em segundos) de um sistema foi medido em diferentes momentos do dia e obteve-se a seguinte série de dados: 2.4, 3.0, 1.8, 2.2, 3.6, 2.5, 1.9, 2.7, 2.1, 3.2. Calcule:

a) Média aritmética do tempo de resposta;

b) O desvio médio absoluto dos tempos em relação à média;

c) A variância dos tempos;

d) O desvio padrão dos tempos;

e) Supondo que os tempos de resposta seguem uma distribuição normal, determine o intervalo que contém aproximadamente 99.7% dos tempos (use a propriedade da curva de Gauss para a distribuição normal).

3.3 CURVA DE GAUSS (DISTRIBUIÇÃO NORMAL)

A Curva de Gauss, também conhecida como curva normal ou distribuição normal, foi descrita inicialmente pelo matemático alemão Carl Friedrich Gauss, no início do século XIX. Esta curva representa uma distribuição de probabilidade contínua que possui uma forma simétrica e em forma de sino. A distribuição normal é definida pela média e pelo desvio padrão da distribuição e é fundamental em estatística, pois muitas variáveis aleatórias são aproximadamente e normalmente distribuídas, especialmente em grandes amostras, conforme descrito pelo Teorema Central do Limite. Nesse sentido, a equação da Curva de Gauss é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Onde:

- $f(x)$ é a função densidade de probabilidade.
- x é o valor da variável.
- μ é a média da distribuição.
- σ é o desvio padrão da distribuição.
- e é a base do logaritmo natural denominada constante de Euler (aproximadamente 2.71828).
- π é a constante Pi (aproximadamente 3.14159).

A Curva de Gauss tem amplas aplicações, algumas das quais incluem:

- **Controle de Qualidade:** Na engenharia e na fabricação, a distribuição normal é usada para monitorar e melhorar processos através de gráficos de controle.
- **Análise de Mercado:** Em finanças, a distribuição normal é usada para modelar retornos de ativos e prever comportamentos futuros dos preços das ações.

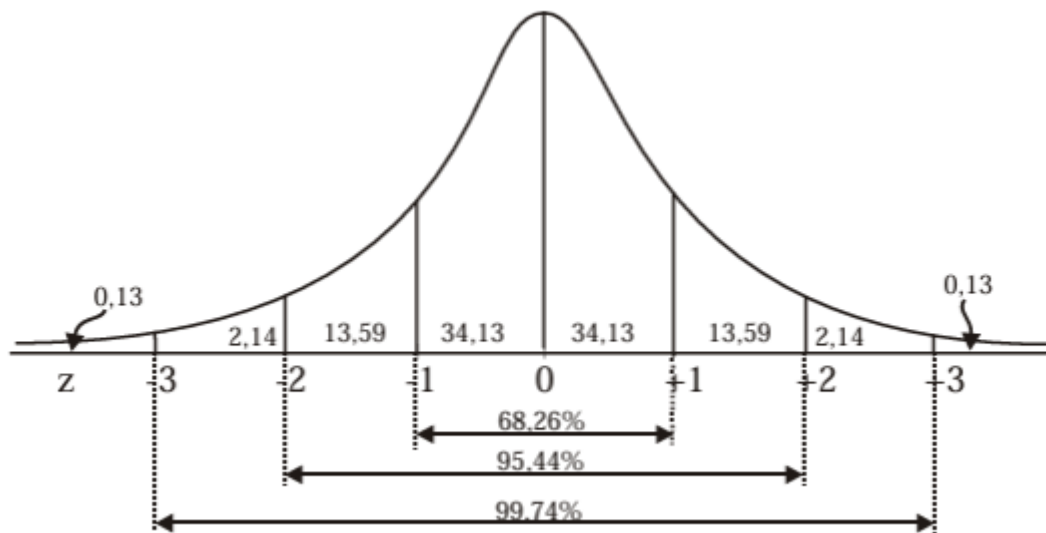
A Curva de Gauss é uma ferramenta essencial na análise de dados devido às suas propriedades matemáticas e suas aplicações práticas. Entender a distribuição normal permite aos analistas e pesquisadores fazerem previsões, testar hipóteses e tomar decisões com base em dados probabilísticos. Em particular, no contexto financeiro, a capacidade de modelar retornos de ativos e prever flutuações de mercado com base na distribuição normal é de grande valor para investidores e analistas financeiros.

3.3.1 PROPRIEDADES DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

As probabilidades da variável aleatória normalmente são dadas pelas áreas sob a curva. São padronizadas devido a simetria existente na distribuição normal, cujo as medidas estão relacionadas ao desvio padrão aplicado.

A Curva de Gauss possui várias propriedades importantes, de acordo com o gráfico 1 a seguir:

Gráfico 1 - Simetrias da Distribuição Normal



Fonte: PASQUALI, 2006.

- **Simetria:** A curva é simétrica em torno da média. Metade dos valores está à esquerda da média e metade à direita.

- **Média, Mediana e Moda:** na distribuição normal, a média, a mediana e a moda são iguais.

- **Área sob a Curva:** a área total sob a curva é igual a 1.

- **Regra Empírica (68-95-99.7):**

- Aproximadamente 68% dos valores estão dentro de um desvio padrão da média.

- Aproximadamente 95% dos valores estão dentro de dois desvios padrões da média.

- Aproximadamente 99.7% dos valores estão dentro de três desvios padrões da média.

3.3.2 TEOREMA DO LIMITE CENTRAL (TLC)

O Teorema do Limite Central é um princípio fundamental na estatística que afirma que, sob certas condições, a soma ou média de um grande número de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas tende a uma distribuição normal, independentemente da distribuição original das variáveis.

Mais formalmente, se X_1, X_2, \dots, X_n são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média μ e variância σ^2 , então a média amostral

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

converge em distribuição para uma distribuição normal com média μ e variância σ^2/n quando n tende ao infinito.

Em termos matemáticos:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1)$$

onde \xrightarrow{d} denota convergência em distribuição e $N(0,1)$ representa a distribuição normal padrão.

EXEMPLO 2: Suponha que você tenha uma máquina que enche pacotes de açúcar. O peso de cada pacote é uma variável aleatória X com média $\mu=1$ kg e desvio padrão $\sigma=0,1$ kg.

Agora, imagine que você pega uma amostra de 30 pacotes de açúcar e calcula a média do peso desses pacotes. Segundo o Teorema do Limite Central, a distribuição da média amostral \bar{X} dos 30 pacotes seguirá aproximadamente uma distribuição normal com média $\mu=1$ kg e desvio padrão $\sigma/30 \approx 0,0183$ kg, desde que o tamanho da amostra seja grande o suficiente.

Então, mesmo que a distribuição original dos pesos dos pacotes não seja normal, a distribuição da média amostral se aproxima de uma normal conforme o tamanho da amostra aumenta.

Esse princípio é muito útil em diversas áreas, pois permite que se façam inferências sobre a média de uma população mesmo quando a distribuição original dos dados não é conhecida.

3.4 MEDIDAS DE CURTOSE

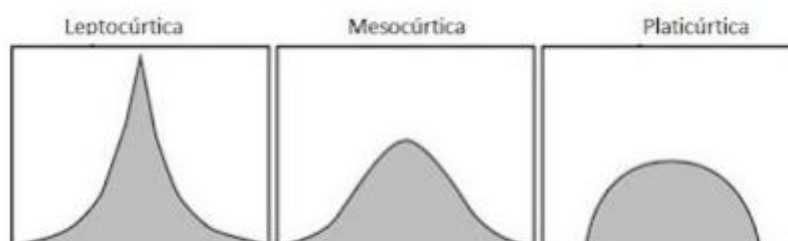
- **CURTOSE** é uma medida que indica o grau de achatamento de uma distribuição em relação a uma distribuição padrão, denominada curva normal (curva correspondente a uma distribuição teórica de probabilidade), de acordo com o gráfico 2. Ela é usada para avaliar a frequência de valores extremos em uma distribuição.

- **DISTRIBUIÇÃO LEPTOCÚRTICA** apresenta uma curva de frequência mais fechada que a normal (ou mais aguda ou afilada em sua parte superior).

- **DISTRIBUIÇÃO PLATICÚRTICA** apresenta a distribuição apresenta uma curva de frequência mais aberta que a normal (ou mais achatada em sua parte superior).

- **DISTRIBUIÇÃO MESOCÚRTICA**: A curva normal, que é a base referencial.

Gráfico 2 – Curtose



Fonte: Pezzullo, 2016.

Coefficiente de curtose: existem dois principais coeficientes para realizar suas medições:

C1 (Curtose Percentílica): calculada pela fórmula:

$$C1 = (Q3 - Q1) / 2(P90 - P10)$$

Onde:

- Q3 e Q1 são o terceiro e quarto quartil definido;
- P10 e P90;

Interpretação de C1.

C1 = 0,263 → curva mesocúrtica

C1 < 0,263 → curva leptocúrtica

C1 > 0,263 → curva platicúrtica

- C2 (Coeficiente de Curtose Padrão): é calculado usando o desvio padrão s .

$$\frac{\frac{\sum (xi - \bar{x})^4 \cdot fi}{\sum fi}}{s^4}$$

Onde S é desvio padrão:

C2 = 3 → curva mesocúrtica

C2 > 3 → curva leptocúrtica

C2 < 3 → curva platicúrtica

A curtose é utilizada para:

• **Análise de Dados:** As medidas de tendência central e dispersão são usadas para resumir e entender conjuntos de dados.

• **Controle de Qualidade:** A distribuição normal é usada para monitorar processos e garantir que variáveis de produção estejam dentro dos limites aceitáveis.

- **Teste de Hipóteses:** A estatística inferencial utiliza a distribuição normal para testar hipóteses sobre populações com base em amostras.

As medidas de tendência central, as medidas de dispersão e a curva de Gauss são pilares fundamentais da Estatística. Elas permitem a compreensão dos dados, facilitando a análise e a tomada de decisões informadas. Compreender esses conceitos é essencial para qualquer pessoa que trabalhe com análise de dados ou em campos que dependem da interpretação de dados estatísticos.

4 SÉRIES TEMPORAIS

As Séries Temporais, são um conjunto de dados reunidos em intervalos padronizados com tempos sequenciais, usados principalmente para analisar como uma variável muda ao longo do tempo. Essas informações podem ser usadas para identificar padrões, tendências, sazonalidades, e por fim, pode ser um método usado para prever comportamentos futuros. A principais definições das componentes estatísticas que definem uma série temporal:

- **Tendência:** Identificação de uma direção geral ao longo do tempo, seja ascendente ou descendente na série.

- **Sazonalidade:** Aborda padrões recorrentes em intervalos fixos (diários, mensais, anuais etc.).

- **Estacionaridade:** Apresenta propriedades estatística constantes ao longo do tempo, como por exemplo, média, variância e autocorrelação. Existem duas formas principais abordadas:

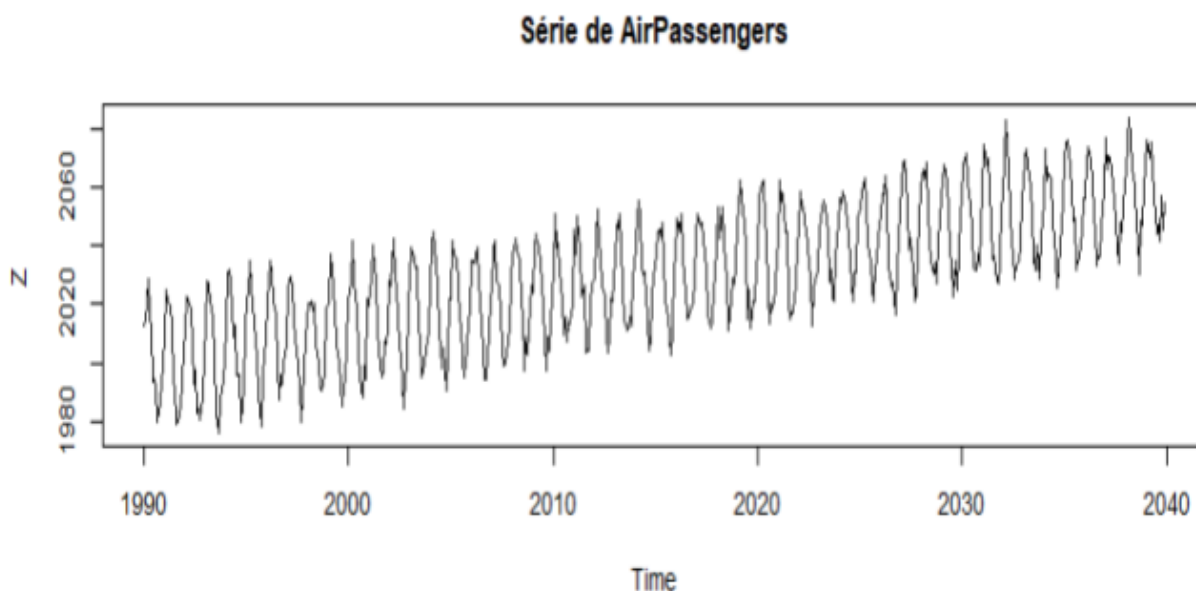
- **Estacionaridade fraca:** A média e a variância são constantes ao longo do tempo, e a autocorrelação entre os valores da série depende apenas da diferença do tempo entre ele, e não do tempo específico em que os dados foram coletados.

- **Estacionaridade forte:** Método em que a média e a variância são constantes, mas possui uma abordagem em que os valores passados e futuros não têm dependência temporal além da estrutura de autocorrelação. Nesse caso, a autocorrelação também depende da diferença de tempo e não do tempo específico.

• **Ruído branco:** Método que consiste em uma sequência de valores aleatórios que apresenta uma média dos somatórios dos valores igual a zero, variância é constante, não há correlação entre os valores da série, ou seja, neste caso a correlação também é igual a zero.

Portanto, para que seja realizado uma série temporal é necessário que esses conceitos sejam trabalhados e alinhados com as vertentes estatísticas de forma que os resultados estejam aderentes, matematicamente, com resultados apropriados para a formação da série. Pois caso as componentes estatísticas não estejam dentro dos parâmetros matemáticos mencionados anteriormente, não haverá formação das séries temporais, e com isso, o processo se torna inviável à fomentação sobre qualquer tipo de análise sobre o conjunto de dados. Nesse sentido, na figura 3 é usado um exemplo de série temporal formado sobre uma função linear definida, e nas figuras 4 e 5 é apresentado as séries formadas a partir das precificações da PETR4 e VALE3 num intervalo de tempo determinado.

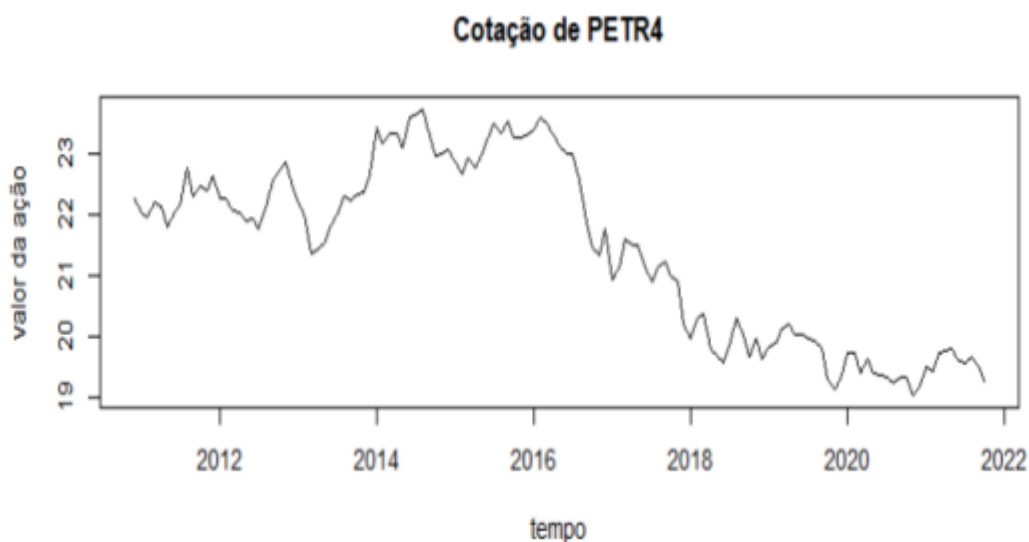
Gráfico 3 - Formação da série temporal AirPassengers, com tamanho definido em $n = 600$ sob uma tendência linear em que $X_t = 2000 + 0,1t$, obtida no sistema de programação Rstudio.



Fonte: Elaboração própria utilizando o software RStudio, 2024.

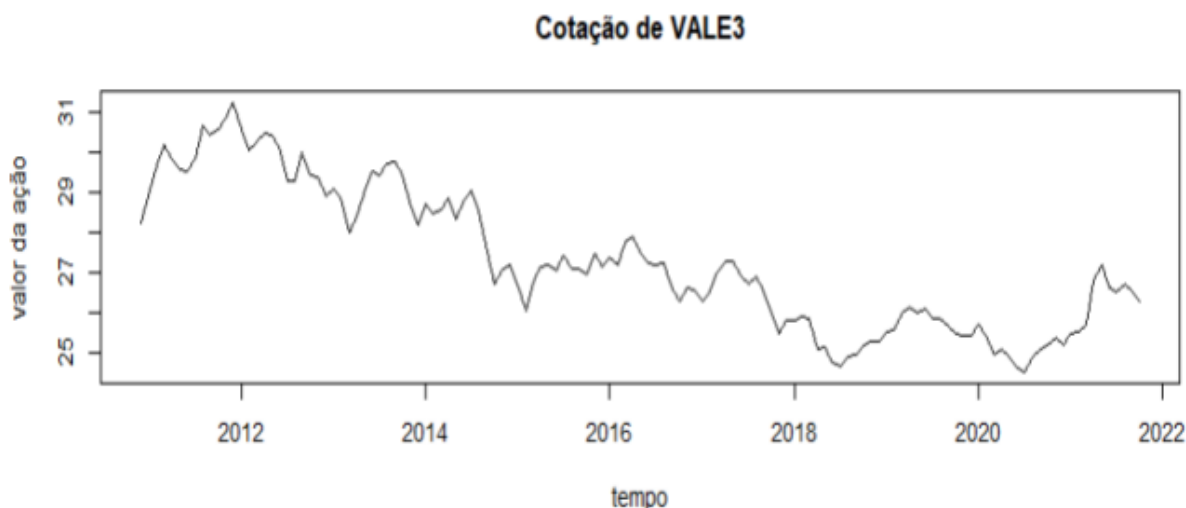
A seguir serão mostrados os gráficos da série temporal formada a partir da precificação das ações de PETR4 31/12/2010 à 27/10/2021, obtida no sistema de programação RStudio.

Gráfico 4 - Precificação das ações de PETR4 31/12/2010 e 27/10/2021, formada no sistema de programação RStudio.



Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 5 - Precificação das ações de VALE3 31/12/2010 e 27/10/21, formada no sistema de programação RStudio.



Fonte: Elaboração própria.

Nos gráficos anteriores, nota-se a formação das séries temporais que representa o comportamento dos conjuntos de dados trabalhados ao longo dos respectivos intervalos evidenciado. Observa-se que dentre as propriedades estatísticas evidenciadas acima, apenas a componente de tendência é visualizada de maneira concreta sua aplicabilidade na série. No entanto, para seja possível

interpretar as outras componentes (sazonalidade e o ruído branco) para que eventualmente, melhore a previsão do investidor e traga mais assertividade em seus investimentos, é possível realizar o processo de decomposição da série temporal. Em resumo, é um método estatístico que separa todas as componentes da série, auxiliando o investidor numa análise mais precisa.

4.1 DECOMPOSIÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS

A decomposição em séries temporais é uma técnica trabalhada no campo da estatística que consiste em dividir uma série em componentes isoladas para facilitar a compreensão dos dados. Logo, assim como já foi mencionado anteriormente, os principais elementos que compõem uma série é a tendência, sazonalidade e o ruído branco. Essa distinção, além de auxiliar na análise dos componentes individuais e entender melhor os padrões subjacentes, ajuda a o investidor na precisão no momento da previsão e ajuda a identificar eventos ou padrões incomuns nos dados. Nesse sentido, vale ressaltar que existe alguns métodos de decompor uma série temporal, sendo os mais comuns:

Decomposição Aditiva: Esse processo de decomposição é expresso a partir da somatória de suas componentes (Tendência, Sazonalidade e Ruído). A fórmula matemática expressa é:

$$Y_t = T_t + S_t + R_t$$

Onde:

- Y_t é o valor observado na série temporal no tempo t ;
- T_t é a componente de tendência;
- S_t é a componente sazonal;
- R_t é a componente de ruído ou resíduo.

Normalmente sua aplicabilidade é apropriada em situações de séries em que a amplitude das flutuações sazonais não varia significativamente conforme o desenvolvimento da série e as variações sazonais são aproximadamente constantes

ao longo do tempo.

Decomposição Multiplicativa: Essa decomposição é expressa a partir do produto das componentes (tendência, sazonalidade e ruído). A fórmula matemática expressa é:

$$Y_t = T_t * S_t * R_t$$

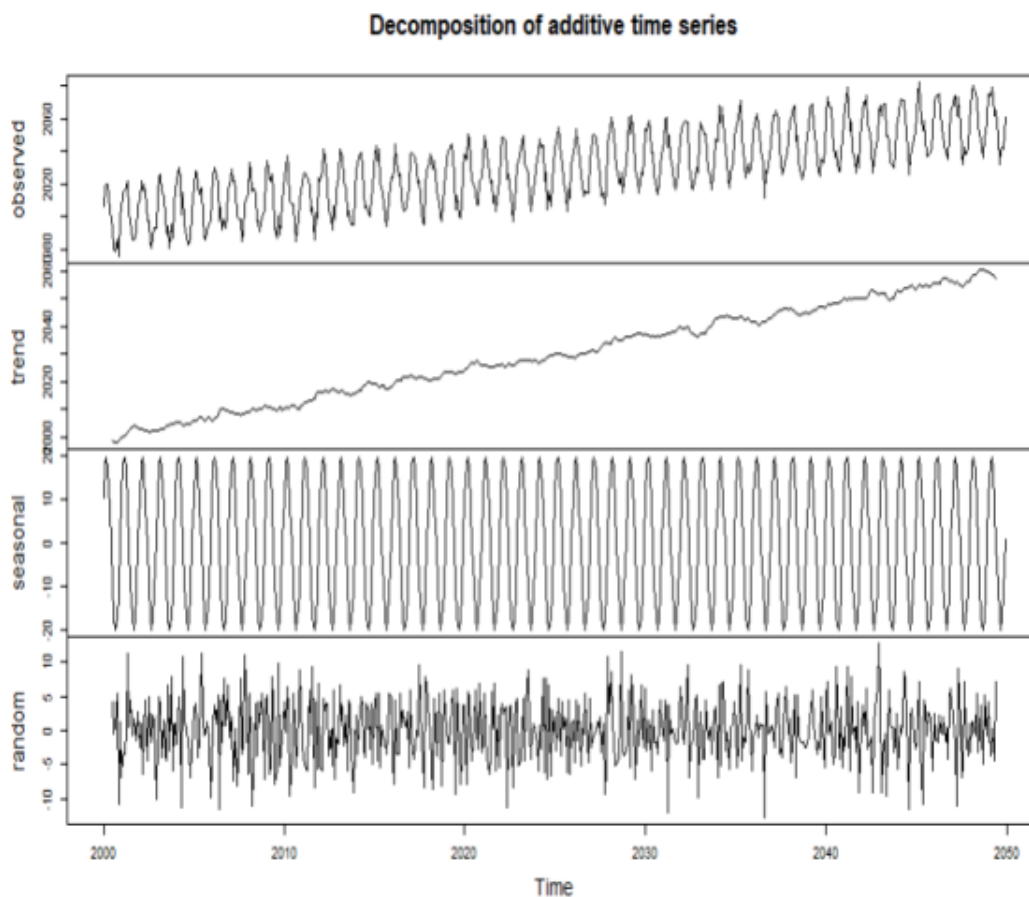
Onde:

- Y_t é o valor observado na série temporal no tempo t ;
- T_t é a componente de tendência;
- S_t é a componente sazonal;
- R_t é a componente de ruído ou resíduo.

Diferentemente da decomposição aditiva, a multiplicativa pode ser aplicada quando a amplitude das flutuações sazonais varia conforme o desenvolvimento da série e em situações em que a sazonalidade e a tendência estão interligadas de forma proporcional.

A partir desta breve abordagem sobre os principais conceitos de decomposição, veja abaixo a decomposição da série AirPassengers, série formada anteriormente, em que abordará as componentes da série temporal de maneira já separada, pronta para a realização da interpretação dos resultados.

Gráfico 6 - Decomposição pelo método aditivo sobre a série temporal AirPassengers, com tamanho definido em $n = 600$, sob uma tendência linear definida em $Xt = 1000 + 0,1t$.



Fonte: Elaboração própria.

Nota-se na imagem a separação das componentes, e com isso, a clareza nas informações no momento de interpretar o comportamento da série conforme seu nível de desenvolvimento. Brevemente, é possível visualizar que a série ao longo do tempo está em uma tendência de alta, com um comportamento sazonal constante e o ruído branco se comportando de maneira aleatória, logo indica que esta série é válida para o método de decomposição, e, portanto, uma boa ferramenta de análise ao investidor.

4.2. MODELOS AUTORREGRESSIVOS

Os modelos Autorregressivos, na estatística, são utilizados para a análise e interpretação de resultados futuros sob estudos de um conjunto de dados selecionado. Basicamente, é um método que trabalha também com o processo de

análise de Séries Temporais, porém com a aplicação de conceitos matemáticos e modelos estatísticos mais sofisticados.

Logo, a análise de regressão, parte do estudo da dependência de uma variável Y , conhecida como dependente, com relação a uma ou mais variáveis explanatórias X (utilizada para explicar ou prever a variável dependente), tendo-se como prioridade a esperança condicional de Y , $E(Y|X_i)$ a previsão do valor médio de uma variável com base nos valores fixos de outras variáveis numa função linear com parâmetros β , em que pode ser ou não, linear na variável X . Veja abaixo uma função exemplificativa:

$$E(Y|X_i) = \beta_1 + \beta_2 X_i^2$$

Onde:

- $E(Y|X_i)$ é a esperança condicional a ser determinada;
- β_1 é a contante;
- β_2 é o coeficiente que acompanha a variável explanatória;
- X_i^2 é a variável explanatória implicada na função;

Outro fator a ser mencionado é sobre o conceito de dependência estatística. Basicamente, é considerar que todo processo de análise de regressão, as relações estatísticas entre as variáveis, lida-se com variáveis aleatórias, chamadas também de estocásticas. Essa consideração faz com que a variável dependente não seja totalmente explicada devido existência de variabilidade “intrínseca” nos resultados, independentemente da quantidade de variáveis explanatórias. Portanto, assumir uma variável estocástica numa análise, na verdade, é acatar a existência de valores positivos ou negativos dentro de um conjunto de valor numa determinada probabilidade. Nesse viés, na análise estatística o termo que define a medida de dispersão entre a variável dependente e a média do conjunto das variáveis explanatórias é o termo de erro estocástico, ou seja, o desvio das variáveis aleatórias sobre o valor definido na variável dependente, veja a seguir a fórmula a seguir:

$$u_i = Y_i - E(Y|X_i)$$

Onde:

- u_1 é a variável aleatória não observável, ou seja, o erro estocástico;
- Y_i variável independente analisada;
- $E(Y|X_i)$ e a esperança determina nos cálculos definidos.

4.3. MODELOS AUTORREGRESSIVOS (AR)

Os Modelos Autorregressivos (AR) são uma classe de modelos estatísticos usados para descrever, prever e interpretar resultados futuros sob estudos de um conjunto de dados selecionados de séries temporais.

Em um modelo AR, o valor de uma variável em um determinado momento é expresso como uma função linear dos valores passados da mesma variável. Isso significa que a série temporal é modelada com base em seus próprios dados anteriores, e que é útil para capturar a dinâmica de processos autorregressivos. Veja abaixo a fórmula definida:

$$X_t = c + \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \dots + \Phi_p X_{t-p} + E_t$$

Em que:

- X_t é o valor da série temporal no tempo t ;
- c é uma constante;
- $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$ coeficientes do modelo que multiplicam os valores passados, ou outras palavras, são os parâmetros do modelo que representam o termo de erro aleatório i ;
- E_t termo de erro no tempo t , que é normalmente distribuído com média zero.

Veja abaixo alguns exercícios de previsão de Séries Temporais com o Modelo AR (1) e AR (2).

EXEMPLO 5 - Considere a S.T de dados mensais da empresa 1.

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	10,2	10,5	11,0	11,3	11,9	12,1	12,4	?

a) Preveja o valor da Série no mês 8 utilizando o modelo autorregressivo (AR) de ordem 1, AR(1)?

Solução:

Dada a fórmula:

$$Y_t = \Phi y_{t-1} + E_t$$

1° Passo – Estimativa dos parâmetros do modelo:

- Estimar Φ e E_t utilizando os dados fornecidos e considerar o erro médio = 0 ($E_{t\text{médio}} = 0$)

- Para isso vamos calcular o valor médio de \bar{Y}_1 :

$$\bar{y} = \frac{10,2 + 10,5 + 11,0 + 11,3 + 11,9 + 12,1 + 12,4}{7} = 11,2$$

- Calcular Φ usando a fórmula de regressão simples:

$$\phi = \frac{\sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y})}{\sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y})^2}, \text{ onde } n = 7$$

Cálculo de Φ :

$$\Phi = \frac{(10,5 - 11,2)(10,2 - 11,2) + (11,0 - 11,2)(10,5 - 11,2) \dots + (12,4 - 11,2)(12,1 - 11,2)}{(10,2 - 11,2)^2 + (10,5 - 11,2)^2 + \dots + (12,1 - 11,2)^2}$$

$$\Phi \cong 0,892$$

- Calcular a constante C:

$$C = \bar{Y}(1 - \Phi) =$$

$$C = 11,2 (1 - 0,892) \cong 1,21$$

2 ° Passo: Previsão para o mês 8:

Usando os valores estimados de Φ e C , vem:

$$Y_8 = \Phi Y_7 + C$$

$$Y_8 = 0,892.12,4 + 1,21 = 12,2588 + 1,21 \cong 13,47$$

Logo:

$$Y_8 = 13,47$$

Portanto, a previsão para o valor da série no mês 8 é aproximadamente 13,47.

EXEMPLO 6

- Previsão da S.T com o modelo AR(2). Considere a Série Temporal semanal de vendas de uma loja:

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	40	45	48	50	47	49	52	51	50	?

a. Prever o valor das vendas na semana 10 usando o modelo autorregressivo AR de ordem 2 \rightarrow AR (2)

Resolução: A equação do modelo AR (2) é: $Y_t = \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + c + \varepsilon_t$

1° Passo: Estimativa dos parâmetros do modelo para estimar Φ_1 , Φ_2 e C , usa-se o método de Yule-Walkers, mas simplificando para o cálculo manual será utilizado as duas últimas observações:

- Calcular os valores médios de Y :

$$y = \frac{40 + 45 + 48 + 50 + 47 + 49 + 52 + 51 + 50}{9} \cong 48,0$$

- Considerar o valor da constante c , dado sua fórmula abaixo:

$$c = \bar{Y}(1 - \Phi_1 - \Phi_2)$$

Onde:

$$\phi_1 = 0,5;$$

$$\phi_2 = 0,3;$$

$$c = 48,0(1 - 0,5 - 0,3) \cong 9,6$$

$$\therefore c = 9,6$$

- Previsão para a semana 10 usando os valores estimados de ϕ_1 ; ϕ_2 ; c , em que:

$$Y_{10} = \phi_1 Y_9 + \phi_2 Y_9 + c$$

$$Y_{10} = 0,5 \cdot 50 + 0,3 \cdot 51 + 9,6 \cong 25 + 15,3 + 9,6$$

$$Y_{10} \cong 49,9$$

Portanto a previsão para o valor das vendas para a décima semana é aproximadamente 49,9.

4.4. HETEROCEDASTICIDADE EM MOLEDOS AUTORREGRESSIVOS

Heterocedasticidade refere-se à condição em que a variância dos erros (Et) não é constante ao longo do tempo. Em outras palavras, a série temporal apresenta a variação da amplitude dos erros ao longo do tempo. Essa característica é comum em séries financeiras, como preços de ações, onde a volatilidade pode variar consideravelmente em diferentes períodos.

4.4.1 MODELOS AUTORREGRESSIVOS COM HETEROCEDASTICIDADE CONDICIONAL (ARCH e GARCH)

Para lidar com a Heterocedasticidade são utilizados, modelos como ARCH (Autorregressive Conditional Heteroskedasticity) e GARCH (Generalized Autorregressive Conditional Heteroskedasticity). Esses modelos não somente modelam a média da série, como os modelos AR, mas também modelam a variância condicional dos erros. Nesse sentido, vale definir, que a variância condicional dos

erros em uma dada série é uma medida que representa a variabilidade esperada dos erros (ou resíduos) em relação ao valor esperado, dado um conjunto de informações anteriores. Em outras palavras, ela captura a incerteza ou a volatilidade dos erros com base nas informações disponíveis até um certo momento do tempo.

4.4.2 MODELO ARCH(q)

No modelo ARCH(q), a variância condicional dos erros no tempo t depende linearmente dos erros ao quadrado dos q períodos anteriores. Veja abaixo a fórmula abaixo:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + a_q \varepsilon_{t-q}^2$$

Onde:

- σ_t^2 é a variância condicional dos erros no tempo t ;
- $a_0 > 0$ é uma constante;
- a_i coeficientes que indicam os impactos dos erros passados na variância atual.

4.4.3 MODELO DE GARCH

O Modelo de Garch (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) é uma extensão no processo de análise de séries temporais. É utilizado para modelar a volatilidade das séries ao longo do tempo. Ela se compõe a partir da dependência dos retornos quadráticos passados e dos retornos da própria série temporal.

Além disso, o Modelo é trabalhado com a heterodasticidade condicional, logo refere-se à situação em que a variância dos erros não é constante, e, portanto, variam também ao longo do tempo.

Para compreender a estrutura algébrica deste modelo é necessário entender que o GARCH é composto por duas equações que a definem, que no caso

é a equação de retorno e a equação de variância condicional. Segue a abaixo a fórmulas matemáticas, sendo considerado média zero e uma sequência não correlacionada serialmente.

- Equação de retorno:

$$R_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$$

Onde:

- R_t é a série temporal no tempo t.
- h_t é a média da série.
- ε_t é o termo de erro no tempo, normalmente apresentado num intervalo de $\varepsilon_t \sim N(0, h_t)$.

- Equação de Variância Condicional:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i R_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Em que ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância um, $\alpha_0 > 0$, $a_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_i^{\max(r,s)} (a_i + \beta_j) < 1$ e $i, j > 0$.

- σ_t^2 é a variância condicional no tempo t.
- α_0 é a constante positiva.
- α_i são os coeficientes das inovações quadráticas passadas.
- β_j são os coeficientes das variâncias condicionais passadas.
- r é a ordem da parte autorregressiva (AR) do modelo.
- s é a ordem da parte de média móvel (MA) do modelo.

EXEMPLO 7:

Modelo GARCH (1,1) para Análise de Volatilidade. Considere os retornos diários de uma ação, representados pela série temporal r_t com os seguintes valores:

Dia	1	2	3	4	5	6	7	8
r_t	0,01	-0,02	0,015	-0,01	0,005	-0,015	0,02	-0,01

Fonte: Elaboração própria

Suponha que os retornos seguem um processo GARCH (1,1), que pode ser modelado da seguinte forma:

- **Equação da média:** $r_t = \mu + \varepsilon_t$, onde $\varepsilon_t = \sigma_t Z_t$; $Z_t \cong N(0,1)$.

- **Equação da variância condicional:**

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i R_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Nesse caso, os parâmetros estimados são:

• $\mu = 0,001$;

• $\alpha_0 = 0,000002$;

• $\alpha_1 = 0,1$;

• $\beta = 0,85$.

• **Observação:** O objetivo é prever a volatilidade condicional σ_t^2 para o dia 9 e o retorno esperado r_9 .

Solução: Calcular a variância condicional σ_t^2 para o dia 8, utilizando os valores dos retornos do dia 7 e 6. Veja abaixo a fórmula:

$$\sigma_8^2 = a_0 + \varepsilon_7^2 + \beta_1 \sigma_7^2$$

$$\text{Onde } \varepsilon_7 = r_7 - \mu = 0,02 - 0,001 = 0,019$$

Para calcular σ_7^2 , utilizamos ε_6 e σ_6^2 :

$$\varepsilon_6 = -0,015 - 0,001 = -0,016$$

Logo:

$$\sigma_7^2 = a_0 + \varepsilon_6^2 + \beta_1 \sigma_6^2$$

$$\sigma_7^2 = 0,000002 + 0,1 \cdot (0,016)^2 + 0,85 \cdot \sigma_6^2$$

Assumindo $\sigma_6^2 = 0,00005$ (valor dado ou estimado anteriormente), tem-

se:

$$\sigma_7^2 = 0,000002 + 0,1 \cdot 0,000256 + 0,85 \cdot 0,00005$$

$$\sigma_7^2 \cong 0,0000701.$$

Agora, será calculado σ_8^2 :

$$\sigma_8^2 = 0,000002 + 0,1 \cdot (0,019)^2 + 0,85 \cdot 0,0000701$$

$$\therefore \sigma_8^2 \cong 0,000097$$

- Previsão para o dia 9:

$$\sigma_9^2 = a_0 + \varepsilon_8^2 + \beta_1 \sigma_8^2$$

$$\text{Onde, } \varepsilon_8 = r_8 - \mu = -0,01 - 0,001 = -0,011.$$

Logo:

$$\sigma_9^2 = 0,000002 + 0,1 \cdot (-0,011)^2 + 0,85 \cdot 0,0000977$$

$$\sigma_9^2 = 0,000002 + 0,1 \cdot 0,000121 + 0,0000830$$

$$\sigma_9^2 \cong 0,0000971$$

Portanto, a previsão do retorno esperado para o dia 9 é 0,001 e a previsão para a volatilidade condicional (variância) é 0,0000971.

5 MODELOS DE SÉRIES TEMPORAIS EM APLICAÇÕES FINANCEIRAS

A análise de séries temporais em aplicações financeiras, como visto anteriormente requer uma combinação de conhecimentos práticos e teóricos sobre finanças, análise estatística, programação e conceitos básicos tecnológicos, além de entender que o mercado financeiro é influenciado por fatores econômicos, sociais, ambientais e culturais, tornando a previsão de preços um desafio que requer ferramentas matemáticas e estatísticas que o auxilia a interpretar de forma mais robusta, as oscilações e ciclos econômicos.

As séries temporais são amplamente utilizadas em aplicações financeiras para análise de previsão e tomada de decisões para curto, médio e longo prazo, tais como:

- **Análise de Volatilidade:** as séries temporais financeiras também podem ser usadas para analisar a volatilidade dos preços dos ativos. A volatilidade é uma medida de variação dos preços ao longo do tempo e pode ser útil para calcular riscos e definir estratégias de gerenciamento de carteiras de investimentos

- **Análise de tendência:** podem revelar tendências ao longo do tempo, como crescimento ou declínio de um ativo através da análise gráfica e estatísticas das séries, para identificar padrões e extrair informações sobre a direção futura dos preços.

- **Previsão de preços:** com base nos padrões identificados nas séries passadas, é possível utilizar modelos estatísticos e algoritmos de aprendizado de máquina para prever os preços futuros de ativos financeiros e dessa forma, para tomar decisões de compra ou venda de ações, por exemplo.

5.1 AÇÕES PETR4 e VALE3

Dentre as ações que compõem a bolsa de valores brasileira destacam-se VALE3 e PETR4. Essas ações são fundamentais para o desempenho B3, tendo uma representatividade significativa no Ibovespa. A soma dos pesos delas juntas lideram na proporção da composição do índice, podendo representar mais de 30% da

carteira, dependendo das condições do mercado.

A Vale (VALE3) foi fundada em 1942 pelo governo federal como Companhia Vale do Rio Doce, sendo, portanto, na época, uma estatal. Em 1967, abriu capital na bolsa já com suas ações sendo negociadas sob o código VALE3. Logo após, em 1997 tornou-se uma empresa, com a aprovação do presidente Fernando Henrique Cardoso, convertendo-se como Vale S.A. Atualmente, a Companhia é a maior produtora de minério de ferro e de níquel do mundo, além de produzir manganês, cobre, bauxita, potássio e alumínio. Vale ressaltar que suas operações não se limitam somente ao Brasil, possui grandes mineradoras no Canadá, Japão e Indonésia. Além disso, sua popularidade entre os investidores brasileiros e o alto nível de liquidez de mercado é definido por ela ser uma das principais exportadoras de commodities do país e desempenha um papel significativo na economia brasileira. Seu impacto na economia nacional é considerável principalmente devido a alto desempenho de produção em suas operações, que favorece elevados resultados nos processos de exportações dos variados produtos trabalhados na empresa.

A Petrobrás (PETR3 e PETR4), foi fundada em 1953, no governo Getúlio Vargas. Apesar de atualmente ser uma empresa de capital misto, ou seja, o Governo Federal e o mercado possuem participação dividida nas ações, quando criada teve sua estrutura definida como uma estatal.

Inicialmente, criada para o processo de industrialização nacional, tornou-se pioneira na exploração do petróleo dentro do Brasil. No entanto, devido a evolução do mercado e tecnologia a empresa ganha espaço no mercado global, com a alta produtividade nos processos de exploração de petróleo e gás, refino, geração de energia com termelétrica e comercialização desses produtos, sendo referência nesse segmento de commodities, se posicionando como uma das maiores empresas do mundo do ramo. Sua representatividade na economia brasileira e no mercado acionário é considerável, devido ser umas das principais fontes de renda do Estado, além de empregar muitos trabalhadores brasileiros.

5.1.1 CARACTERÍSTICAS DAS AÇÕES PETR4:

- **Ações Preferenciais:** As ações PETR4 são **ações preferenciais**, o que significa que seus detentores têm preferência no recebimento de dividendos. No entanto, os acionistas de ações preferenciais geralmente não possuem direito a voto nas assembleias gerais da companhia.

- **Pagamentos de Dividendos:** Por serem ações preferenciais, a **PETR4** geralmente oferece uma maior distribuição de dividendos em comparação às ações ordinárias (**PETR3**), tornando-se uma escolha atrativa para investidores que buscam rendimentos mais estáveis.

- **Setor de Energia:** O desempenho das ações da Petrobras está intimamente ligado aos preços internacionais do petróleo e gás natural, bem como à política governamental brasileira, já que a Petrobras é uma empresa de economia mista, onde o governo federal é o acionista majoritário. Além disso, as flutuações cambiais (dólar) também afetam os resultados da companhia.

- **Influências Externas:** Fatores como a geopolítica global, regulamentações ambientais, variações no preço do barril de petróleo e decisões políticas do governo brasileiro podem impactar significativamente o valor das ações PETR4.

5.1.2 CARACTERÍSTICAS DAS AÇÕES VALE3:

- **Ações Ordinárias:** As ações **VALE3** são **ações ordinárias**, o que significa que os acionistas têm direito a voto nas assembleias da empresa e podem participar diretamente das decisões estratégicas, como a escolha dos membros do conselho de administração.

- **Foco em Mineração:** A Vale é fortemente dependente da demanda global por commodities, principalmente minério de ferro, cuja principal aplicação é a fabricação de aço. Os preços do minério de ferro no mercado internacional, assim como a demanda de grandes consumidores, como a China, influenciam diretamente o valor das ações VALE3.

- **Dividendo e Valorização:** Embora as ações **VALE3** não garantam uma prioridade no recebimento de dividendos como as ações preferenciais, a Vale tem um histórico de pagar bons dividendos aos acionistas, especialmente em momentos de alta do preço das commodities.

- **Fatores Externos:** O desempenho de VALE3 também está atrelado a fatores globais, como o crescimento da economia chinesa, as regulamentações ambientais, as oscilações no preço de commodities e eventos climáticos que podem afetar a operação de suas minas.

5.1.3 Comparativo: PETR4/PETR3 x VALE3

- Setor de Atuação:

- **PETR4/PETR3:** Atuam no setor de **energia**, com foco em petróleo e gás.
- **VALE3:** Atua no setor de **mineração**, com foco em commodities como minério de ferro e níquel.

- Tipo de Ação:

- **PETR4:** Ação preferencial, com prioridade no recebimento de dividendos, mas sem direito a voto.
- **PETR3:** Ação ordinária, prioridade no direito ao voto nas decisões estratégicas da empresa.
- **VALE3:** Ação ordinária, com direito a voto nas assembleias da companhia.

- Fatores de Influência:

- **PETR4/PETR3:** Altamente sensível a flutuações nos preços do petróleo, mudanças na política energética do Brasil e a fatores macroeconômicos globais.

- **VALE3:** Fortemente impactada pela demanda global por minério de ferro, especialmente pela China, e pelos preços das commodities.

- **Perfil de Investidor:**

- **PETR4/PETR3:** Geralmente é atrativa para investidores que buscam dividendos, especialmente em momentos de estabilidade nos preços do petróleo.

- **VALE3:** Pode atrair investidores de longo prazo interessados em valorização do capital, com foco em commodities e crescimento global.

5.2 ANÁLISE GRÁFICA E ESTATÍSTICAS DAS AÇÕES PETR4/PETR3 E VALE3

A análise gráfica e estatística das séries envolve habilidades técnicas e equipamentos adequados, em que alguns deles serão descritos a seguir. Nesse sentido, o primeiro passo será inserir dados coletados dos ativos cotas do Info Money para se obter o comportamento dos ativos em um determinado período estabelecido.

Primeiramente, avaliam-se as cotações das ações com as Médias Móveis para compreender o comportamento dos valores ao longo do tempo. Em seguida, será aplicado o modelo autorregressivo para prever possíveis variações futuras nos preços. Esse processo oferece uma visão abrangente sobre a eficácia das ferramentas matemáticas aplicadas para previsões financeiras. Para facilitar a aplicação e interpretação dos resultados, este trabalho incorpora o uso da linguagem de programação R e do ambiente de desenvolvimento RStudio.

5.2.1 GRÁFICOS DE LINHA

Os gráficos de linha é método de representação mais simples de séries temporais, onde os pontos de dados são conectados por linhas retas. No entanto, apesar da sua estrutura matemática ser simples, são gráficos que podem ajudar a identificar tendências, padrões e sazonalidade.

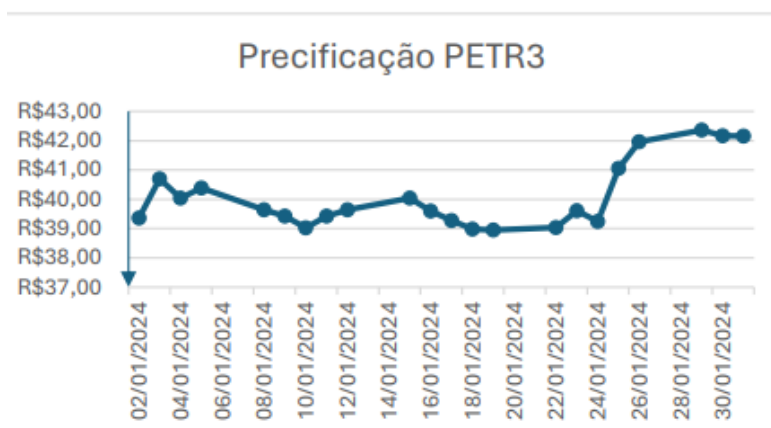
EXEMPLO 4 -Seja uma série temporal das precificações diárias das empresas Petrobrás (PETR3) e Vale (VALE3) ao longo do mês de janeiro de 2024.

Tabelas 1 – Precificação de fechamento diário da ação de PETR3 no mês de janeiro de 2024.

Data	Precificação diária
02/01/2024	R\$ 39,36
03/01/2024	R\$ 40,70
04/01/2024	R\$ 40,04
05/01/2024	R\$ 40,39
08/01/2024	R\$ 39,64
09/01/2024	R\$ 39,42
10/01/2024	R\$ 39,03
11/01/2024	R\$ 39,43
12/01/2024	R\$ 39,64
15/01/2024	R\$ 40,04
16/01/2024	R\$ 39,60
17/01/2024	R\$ 39,27
18/01/2024	R\$ 38,98
19/01/2024	R\$ 38,95
22/01/2024	R\$ 39,04
23/01/2024	R\$ 39,61
24/01/2024	R\$ 39,24
25/01/2024	R\$ 41,06
26/01/2024	R\$ 41,96
29/01/2024	R\$ 42,36
30/01/2024	R\$ 42,17
31/01/2024	R\$ 42,16

Fonte: InfoMoney, 2024

Gráfico 7 - Precificação diária da ação PETR3 no mês de janeiro de 2024.



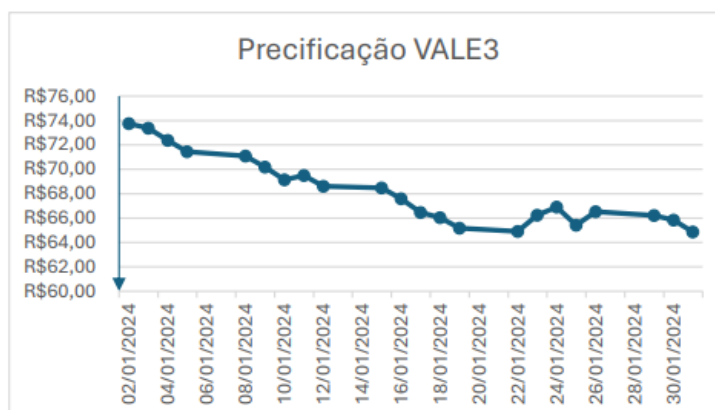
Fonte: Elaboração própria.

Tabela 2 – Precificação de fechamento diário de VALE3 no mês de janeiro de 2024.

Datas	Precificação diária
02/01/2024	R\$ 73,75
03/01/2024	R\$ 73,37
04/01/2024	R\$ 72,38
05/01/2024	R\$ 71,45
08/01/2024	R\$ 71,09
09/01/2024	R\$ 70,19
10/01/2024	R\$ 69,14
11/01/2024	R\$ 69,50
12/01/2024	R\$ 68,62
15/01/2024	R\$ 68,48
16/01/2024	R\$ 67,59
17/01/2024	R\$ 66,47
18/01/2024	R\$ 66,04
19/01/2024	R\$ 65,18
22/01/2024	R\$ 64,90
23/01/2024	R\$ 66,24
24/01/2024	R\$ 66,91
25/01/2024	R\$ 65,43
26/01/2024	R\$ 66,52
29/01/2024	R\$ 66,21
30/01/2024	R\$ 65,83
31/01/2024	R\$ 64,86

Fonte: InfoMoney, 2024

Gráfico 8 - Precificação de fechamento diário de VALE3 no mês de janeiro de 2024.



Fonte: Elaboração própria.

Feito uma breve análise sob os preços dos ativos de ambas as empresas durante o mês de janeiro de 2024, percebe-se que após a construção dos gráficos de linhas, fica mais fácil observar as tendências e o comportamento do ativo no intervalo estimado, apesar da recorrência variação dos preços ocorrido ao longo dos dias. É notável, portanto, que a visibilidade e a clareza sobre as informações fazem com os investidores tenham mais clareza sobre suas escolhas, e conseqüentemente, pode trazer assertividade em seus negócios no Mercado de Ações.

5.3 MÉDIA MÓVEIS SIMPLES (SMA)

As médias móveis simples (SMA) são métodos matemáticos que buscam a suavização das oscilações de resultados nos gráficos ao se analisar as séries temporais. Gráficamente, a SMA cria linhas que indicam o crescimento ou declínio de forma contínua a partir de propriedades matemáticas simples. Logo, a média além de demonstrar a suavização das flutuações é um rastreador de tendências. Vale ressaltar que para sua construção os dados devem ser obtidos do passado e do presente para que então se consiga avaliar os resultados futuros e as possíveis tendências. (elder, 2021)

Um fator crucial na aplicação do método é o intervalo escolhido para fazer as análises dos dados coletados. A escolha do intervalo pode interferir diretamente nos resultados matemáticos e gráficos da Média Móvel como ilustra o gráfico.

Gráfico 9 - Médias Móveis Simples



Fonte: xpeducacão, 2022.

Na figura 9, pelas oscilações dos candlesticks, isto é, as oscilações recorrentes no preço dos ativos e a representação gráfica deles ao longo de um determinado período, percebe-se a formação de duas médias móveis (em roxo – período curto e laranja – período maior). Além disso, nota-se que as duas linhas representam uma curva crescente, por representar uma curva ascendente, logo auxilia na compreensão da formação da série temporal.

Na figura 10 mostra um exemplo comparativo entre os diferentes funcionamentos das médias móveis simples, baseados na coleta de dados em períodos diferentes.

Gráfico 10 - Posicionamento das médias Móveis simples sob análise de períodos:



Fonte: xpeducacao, 2022.

Ao observar a imagem percebe-se que há uma diferença significativa na posição entre as médias móveis. Nesse caso, qual delas está certa? A resposta é objetiva, todas estão certas. Para se aplicar médias móveis em gráficos oscilatórios é importante interpretar em qual intervalo será aplicada. Normalmente, por exemplo, quando um investidor quer precificar os preços dos ativos ou direcionar a tendência das ações no curtíssimo prazo, usa-se intervalos menores para buscar tendências mais expressivas no gráfico, mas quando quer direcionar uma SMA para longo prazo aplicase o método em intervalos mais longos, dando, portanto, mais suavidade nas linhas e menos precisão no gráfico. São, então, interpretações e busca de resultados diferentes, variando somente a necessidade interpretativa do investidor.

5.3.1 FÓRMULA MATEMÁTICA MÉDIA MÓVEL SIMPLES

Introdutoriamente, o método dos cálculos das SMA é algebricamente simples. Na verdade, é calculado a média aritmética simples dos valores em um determinado número de períodos consecutivos. Veja abaixo a fórmula para o cálculo da expressão.

$$SMA = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

Onde: SMA $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, localizados no numerador da fração, são os valores da série temporal nos n períodos mais recentes, e n, no denominador da fração, é número de períodos considerados para o cálculo da média.

5.3.2 Processo do cálculo das médias móveis simples

Inicialmente, será realizado os cálculos das SMA de forma prática e simples, e posteriormente, a montagem das tabelas mostrando no detalhe a álgebra necessária para alcançar os resultados desejado na Média Móvel. Na realização dos cálculos, o primeiro ponto a ser observado e definido é o intervalo que será avaliado as médias a partir das precificações da ação. O intervalo escolhido foi de $n=3$, e com isso, o início dos cálculos ocorreu no dia 05/01/2024, pois, somente após completado os 3 primeiros dias de cotações dos ativos, que foi possível aplicar os valores na fórmula. Logo, para a continuação do método, conforme as precificações eram sendo definidas diariamente, os valores das ações eram calculados e, então, a SMA era construída de forma gradativa. Veja o exemplo abaixo, sob análise do ativo PETR3.

Exemplo 8:

Dia: 05/01/2024 $39,36+40,70+40,04/3 = R\$ 40,03$

Dia: 08/01/2024 $40,70+40,04+40,39/3 = R\$ 40,78$

Percebe-se que na mudança de datas entre os dois dias observados, o valor 39,36 é desconsiderado da operação (dado antigo) e é condicionado a operação o número 40,39. Essa alteração dos números significa que a Média Móvel Simples está em mobilidade e buscando posicionamento em relação a valores futuros a partir de dados cada vez mais recentes. A seguir, as tabelas 3 e 4 mostram o processo do cálculo a partir das informações. Data de precificação. valor do ativo. cálculo necessário e o resultado das ações que já estão sendo estudadas no trabalho.

Tabela 3 – Cálculo da SMA com a precificação do ativo de PETR3 de todos os dias úteis do mês de Janeiro do ano de 2024.

Data	Precificação do	Cálculo: Fórmula da SMA	Resultado SMA
02/01/2024	R\$ 39,36	-	
03/01/2024	R\$ 40,70	-	
04/01/2024	R\$ 40,04	-	
05/01/2024	R\$ 40,39	$39,36+40,70+40,04/3$	R\$ 40,03
08/01/2024	R\$ 39,64	$40,70+40,04+40,39/3$	R\$ 40,78
09/01/2024	R\$ 39,42	$40,04+40,39+39,64/3$	R\$ 40,02
10/01/2024	R\$ 39,03	$40,39+39,64+39,42/3$	R\$ 39,81
11/01/2024	R\$ 39,43	$39,64+39,42+39,03/3$	R\$ 39,36
12/01/2024	R\$ 39,64	$39,42+39,03+39,43/3$	R\$ 39,29
15/01/2024	R\$ 40,04	$39,03+39,43+39,64/3$	R\$ 39,36
16/01/2024	R\$ 39,60	$39,43+39,64+40,04/3$	R\$ 39,70
17/01/2024	R\$ 39,27	$39,64+40,04+39,60/3$	R\$ 39,76
18/01/2024	R\$ 38,98	$40,04+39,60+39,27/3$	R\$ 39,64
19/01/2024	R\$ 38,95	$39,60+39,27+38,98/3$	R\$ 39,62
22/01/2024	R\$ 39,04	$39,27+38,98+38,95/3$	R\$ 39,07
23/01/2024	R\$ 39,61	$39,98+38,95+39,04/3$	R\$ 39,32
24/01/2024	R\$ 39,24	$38,95+39,04+39,61/3$	R\$ 39,20
25/01/2024	R\$ 41,06	$39,04+39,61+39,24/3$	R\$ 39,30
26/01/2024	R\$ 41,96	$39,61+39,24+41,06/3$	R\$ 39,97
29/01/2024	R\$ 42,36	$39,24+41,06+41,96/3$	R\$ 40,75
30/01/2024	R\$ 42,17	$41,06+41,96+42,36/3$	R\$ 41,79
31/01/2024	R\$ 42,16	$41,96+42,36+42,17/3$	R\$ 42,16

Fonte: Infomoney, 2024

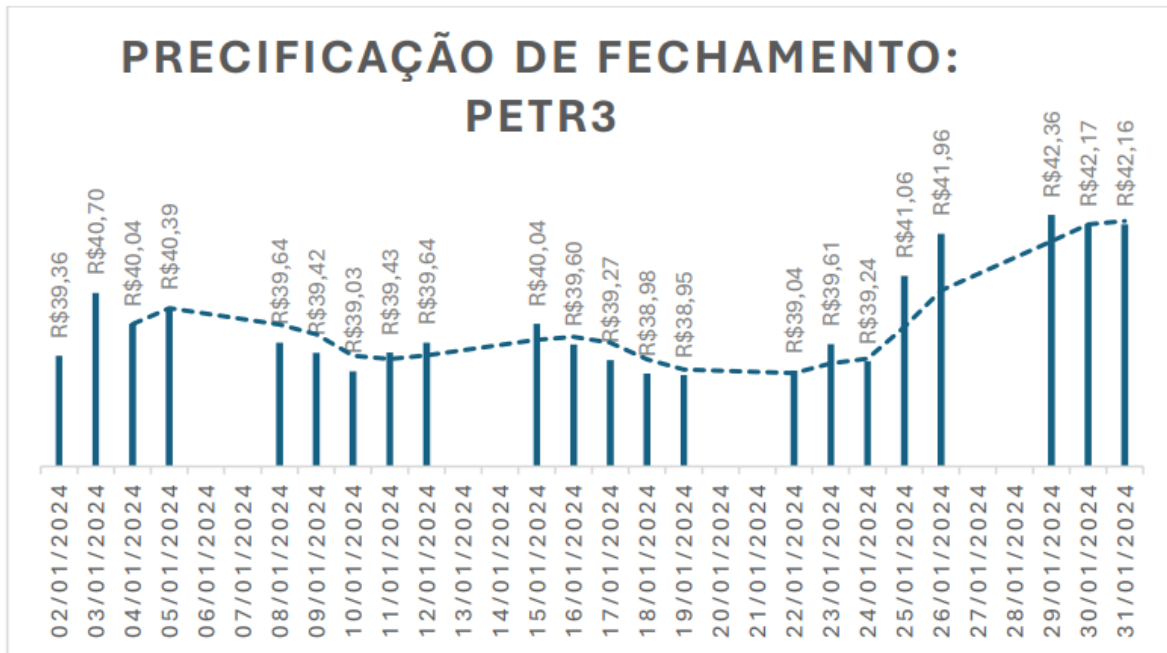
Tabela 4 – Cálculo da SMA com a precificação do ativo de VALE3 de todos os dias úteis do mês de Janeiro do ano de 2024.

Data	Precificação de fechamento do dia	Cálculo: Fórmula da SMA	Resultado SMA
02/01/2024	R\$ 73,75	-	
03/01/2024	R\$ 73,37	-	
04/01/2024	R\$ 72,38	-	
05/01/2024	R\$ 71,45	$73,75+73,37+72,38/3$	R\$ 73,16
08/01/2024	R\$ 71,09	$73,37+72,38+71,45/3$	R\$ 72,40
09/01/2024	R\$ 70,19	$72,38+71,45+71,09/3$	R\$ 71,64
10/01/2024	R\$ 69,14	$71,45+71,09+70,19/3$	R\$ 70,91
11/01/2024	R\$ 69,50	$71,09+70,19+69,14/3$	R\$ 70,14
12/01/2024	R\$ 68,62	$70,19+69,14+69,50/3$	R\$ 69,61
15/01/2024	R\$ 68,48	$69,14+69,50+68,62/3$	R\$ 69,09
16/01/2024	R\$ 67,59	$69,50+68,62+68,48/3$	R\$ 68,86
17/01/2024	R\$ 66,47	$68,62+68,48+67,59/3$	R\$ 68,23
18/01/2024	R\$ 66,04	$68,48+67,59+66,47/3$	R\$ 67,51
19/01/2024	R\$ 65,18	$67,59+66,47+66,04/3$	R\$ 66,70
22/01/2024	R\$ 64,90	$66,47+66,04+65,18/3$	R\$ 65,90
23/01/2024	R\$ 66,24	$66,04+65,18+64,90/3$	R\$ 65,37
24/01/2024	R\$ 66,91	$65,18+64,90+66,24/3$	R\$ 65,44
25/01/2024	R\$ 65,43	$64,90+66,24+66,91/3$	R\$ 66,02
26/01/2024	R\$ 66,52	$66,24+66,91+65,43/3$	R\$ 66,19
29/01/2024	R\$ 66,21	$66,91+65,43+66,52/3$	R\$ 66,28
30/01/2024	R\$ 65,83	$65,43+66,52+66,21/3$	R\$ 66,05
31/01/2024	R\$ 64,86	$66,52+66,21+65,83/3$	R\$ 66,18

Fonte: Infomoney, 2024

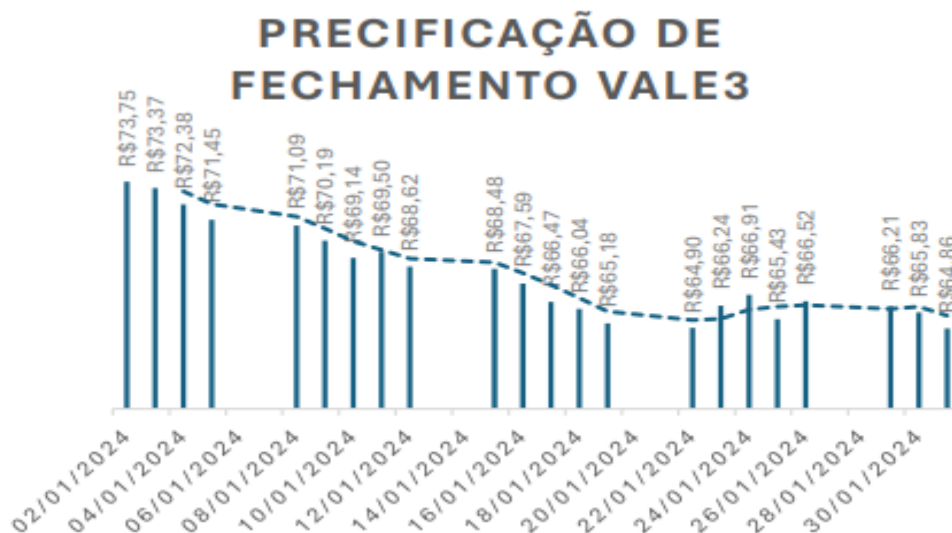
Os dados podem ser mais bem visualizados nos gráficos a seguir:

Gráfico 11 - SMA com a precificação da ação de PETR3 de todos os dias úteis do mês de janeiro de 2024.



Fonte: Elaboração própria. R

Gráfico 12 - SMA com a precificação da ação de VALE3 de todos os dias úteis do mês de janeiro de 2024.



Fonte: Elaboração própria.

Com os gráficos anteriores pode-se entender como as Médias Móveis Simples facilitam a leitura e interpretação das projeções com a suavização da série temporal dos ativos precificados ao longo do tempo. Analisar os gráficos desta forma, facilita o investidor a encontrar tendências dos preços e localizar eventuais momentos de compra ou venda de uma determinada ação, logo, auxiliando o investidor a ser

mais eficaz em seus investimentos.

5.3.3 MÉDIAS MÓVEIS EXPONENCIAIS (EMA)

O cálculo para o processo de construção das Médias Móveis Exponenciais é semelhante com o da SMA. As EMA (Media Móveis Exponenciais), trata-se de um método, matematicamente, progressivo, em que no processo algébrico do cálculo, os dados coletados mais atualizados possuem maior peso na fórmula. Por vezes, esse método pode ser mais eficaz, pois as construções de tendências podem ser mais definidas e mais sensíveis a supostas alterações de resultados nos processos de aplicação. (Elder, 2021)

Devido a sua estrutura algébrica e sensibilidade nos dados, sendo particularmente úteis para identificar tendências emergentes e de padrões de curto prazo, e responsável pelas mudanças recentes na série temporal. Além disso, outro fator que é de extrema relevância para as EMA é o fator tempo. Sua sensibilidade, o número de sinais e resultados gerados pela mesma são proporcionais ao seu período, isto é, quanto mais curto o período de uma média móvel, maior será a sensibilidade e o número de sinais gerados. Logo, em períodos maiores gerarão menos sinais, e, portanto, tendências com linhas mais suavizadas e menos agressivas.

Nesse sentido, para dar direcionamento nas definições de intervalos aplicados na EMA, tem-se pré-definido os períodos que terminam as diferenças entre curto, médio e longo prazo para essa modalidade. Assim, prazos curtos, o período de cálculo varia de 3 a 25 dias, para o médio prazo de 30 a 75 dias e para o longo prazo de 100 a 200 dias.

5.3.4 FÓRMULA DE MÉDIA MÓVEL EXPONENCIAL

$$EMA_t = \alpha * y_i + (1 - \alpha) * EMA_{t-1}$$

onde:

- **EMAt** é a Média Móvel exponencial
- **Yi** é o preço atual
- **α** é a constante de suavização, dada a fórmula $a = \frac{2}{(n+1)}$
- **n** é o período considerado para calcular o fator de suavização
- **EMA_{t-1}** é a EMA para o dia anterior.

O Fator de suavização α em EMA é uma constante que determina o peso relativo dados aos dados mais recentes em relação aos dados anteriores. Este fator de suavização é crucial para controlar a rapidez com que a EMA reage às mudanças nos dados. Geralmente o α está na faixa de 0 a 1. Quanto menor o valor de α , mais ênfase é dada aos dados mais antigos, tornando a EMA mais suavizada e menos responsiva às mudanças recentes. À medida que α aumenta, os dados mais recentes têm mais peso, torna a série mais sensível a mudança.

5.3.5 PROCESSO DE CÁLCULO DAS MÉDIAS MÓVEIS EXPONENCIAIS

Para dar início ao processo do cálculo da EMA, primeiramente, será mostrada uma aplicação para demonstrar e detalhar a álgebra trabalhada na fórmula das médias móveis exponenciais, explicando o passo a passo do caminho lógico a ser interpretado e a aplicação dos valores em seus respectivos lugares na fórmula matemática.

EXEMPLO 9: Dada a exemplo abaixo qual é a previsão para o próximo período, com α de 0,5?

Período	1	2	3
Valor Atual	35	27,3	27,5
Valor de Previsão	X	25	26,25

Dada a fórmula da Média Móvel exponencial: E

$$MA_t = \alpha * y_i + (1 - \alpha) * EMA_{t-1}$$

Tem-se:

$$EMA_t = 0,5 * 27,5 + (1 - 0,5) * 25 = 13,75 + 12,50 = 26,25$$

A partir da exemplificação do cálculo anterior, segue as tabelas 5 e 6 construída sobre a coleta dos preços de precificações das ações já trabalhadas de PETR3 e VALE3 durante o mês de janeiro, aplicando-se os cálculos das Médias Móveis Exponenciais.

TABELA 5 – Precificação da ação PETR3 entre os dias 02/01/2024 à 31/01/2024, com $\alpha = 0,5$ e $N=3$.

Data	Precificação do fechamento do dia	α	Resultado
02/01/2024	R\$ 39,36	-	
03/01/2024	R\$ 40,70	-	
04/01/2024	R\$ 40,04	-	
05/01/2024	R\$ 40,39	0,5	R\$ 40,03
08/01/2024	R\$ 39,64	0,5	R\$ 39,83
09/01/2024	R\$ 39,42	0,5	R\$ 39,62
10/01/2024	R\$ 39,03	0,5	R\$ 39,32
11/01/2024	R\$ 39,43	0,5	R\$ 39,37
12/01/2024	R\$ 39,64	0,5	R\$ 39,50
15/01/2024	R\$ 40,04	0,5	R\$ 39,77
16/01/2024	R\$ 39,60	0,5	R\$ 39,68
17/01/2024	R\$ 39,27	0,5	R\$ 39,47
18/01/2024	R\$ 38,98	0,5	R\$ 39,72
19/01/2024	R\$ 38,95	0,5	R\$ 39,33
22/01/2024	R\$ 39,04	0,5	R\$ 39,18
23/01/2024	R\$ 39,61	0,5	R\$ 39,39
24/01/2024	R\$ 39,24	0,5	R\$ 39,31
25/01/2024	R\$ 41,06	0,5	R\$ 40,18
26/01/2024	R\$ 41,96	0,5	R\$ 41,07
29/01/2024	R\$ 42,36	0,5	R\$ 41,71
30/01/2024	R\$ 42,17	0,5	R\$ 41,94
31/01/2024	R\$ 42,16	0,5	R\$ 42,05

Fonte: Infomoney, 2024

TABELA 6 - Precificação da ação VALE3 entre os dias 02/01/2024 à 31/01/2024, com $\alpha = 0,5$ e $N=3$

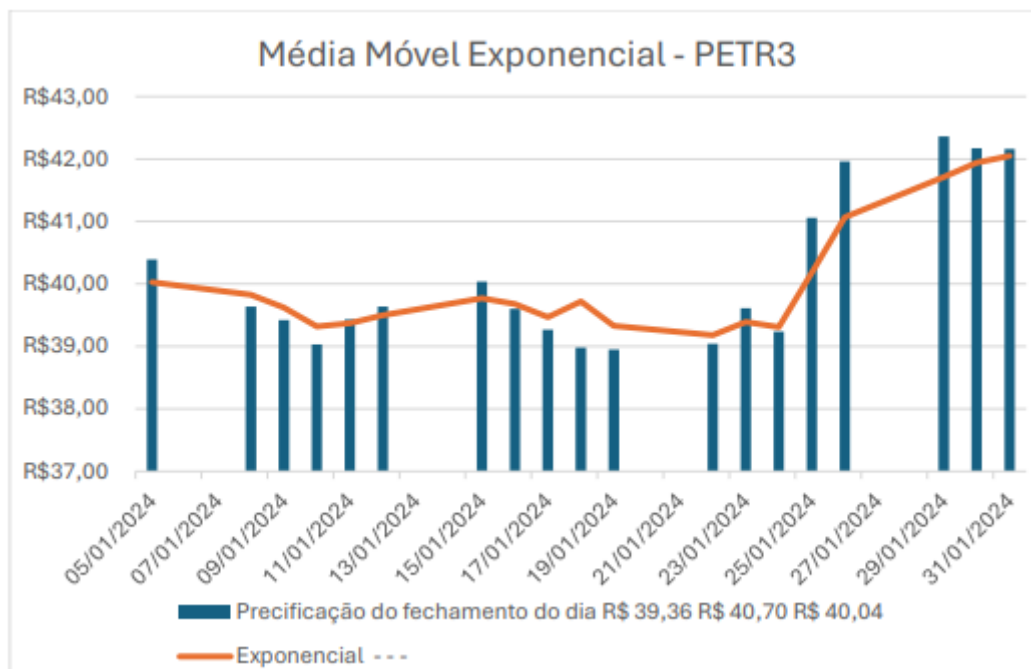
Data	Precificação do fechamento do dia	α	Resultado
02/01/2024	R\$ 73,75	-	-
03/01/2024	R\$ 73,37	-	-
04/01/2024	R\$ 72,38	-	-
05/01/2024	R\$ 71,45	0,5	R\$ 73,17
08/01/2024	R\$ 71,09	0,5	R\$ 72,13
09/01/2024	R\$ 70,19	0,5	R\$ 71,16
10/01/2024	R\$ 69,14	0,5	R\$ 70,15
11/01/2024	R\$ 69,50	0,5	R\$ 69,82
12/01/2024	R\$ 68,62	0,5	R\$ 69,22
15/01/2024	R\$ 68,48	0,5	R\$ 68,85
16/01/2024	R\$ 67,59	0,5	R\$ 68,22
17/01/2024	R\$ 66,47	0,5	R\$ 67,34
18/01/2024	R\$ 66,04	0,5	R\$ 66,69
19/01/2024	R\$ 65,18	0,5	R\$ 65,93
22/01/2024	R\$ 64,90	0,5	R\$ 64,41
23/01/2024	R\$ 66,24	0,5	R\$ 65,32
24/01/2024	R\$ 66,91	0,5	R\$ 66,11
25/01/2024	R\$ 65,43	0,5	R\$ 65,76
26/01/2024	R\$ 66,52	0,5	R\$ 66,14
29/01/2024	R\$ 66,21	0,5	R\$ 66,17
30/01/2024	R\$ 65,83	0,5	R\$ 65,99
31/01/2024	R\$ 64,86	0,5	R\$ 65,42

Fonte: Infomoney, 2024

Observação: Os cálculos acima iniciam a partir do dia 05/01/2024. Isso acontece pois, como a EMA é construída em intervalos de 3 períodos, é necessário aguardar os dados das cotações dos dias anteriores para efetuar os cálculos matemáticos e então prosseguir com as projeções.

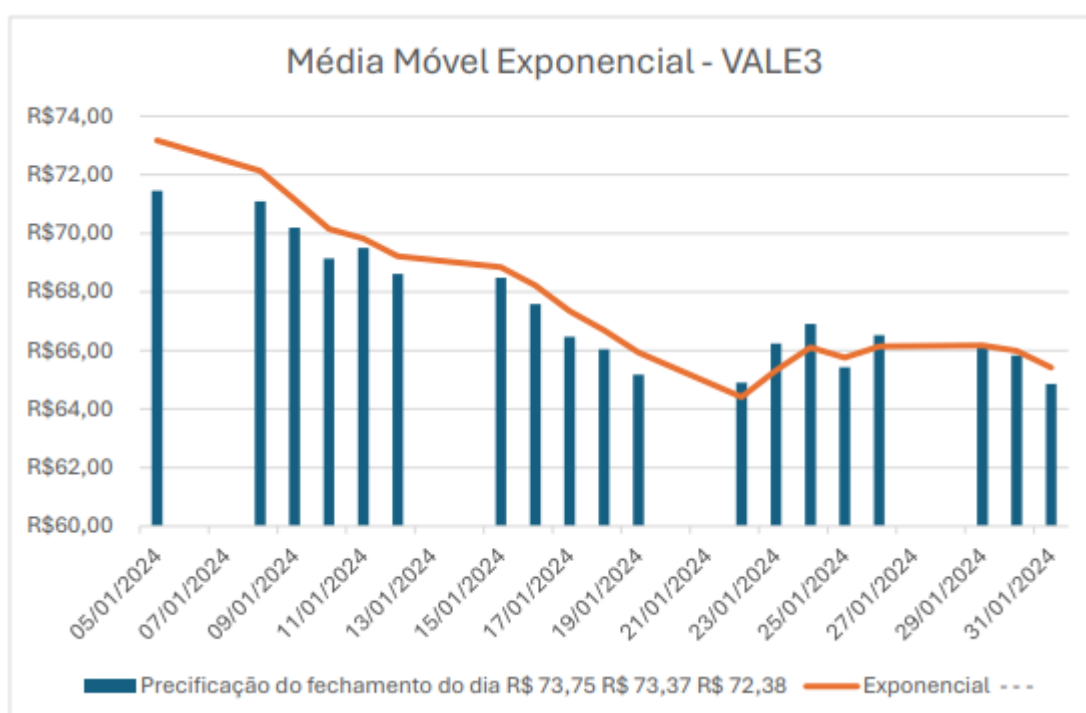
E por fim, a última observação apontada, é o modo como deve-se aplicar os dados na fórmula estrutural apresentada. Sempre que no momento do cálculo em que for colocar os dados recolhidos, deve-se colocar a constante de suavização, mas também, se atentar aos dados relacionados a última previsão e o valor atual cotado. Nesse sentido, para realizar a mobilização de forma padronizada da EMA, ou seja, descobrir valores e projeções futuras, deve-se atualizar os valores na fórmula, colocando o último valor cotado e a última previsão calculada na série. A seguir, os gráficos 13 e 14 construídos mediante os cálculos realizados pelas cotações das tabelas anteriores.

Gráfico 13 - Médias Móveis Exponenciais dos preços da ação de PETR3 entre os dias 02/01/2024 à 31/01/2024, com $\alpha=0,5$.



Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 14 - Médias Móveis Exponenciais dos preços da ação de VALE3 entre os dias 02/01/2024 a 31/01/2024, com $\alpha=0,5$



Fonte: Elaboração própria.

De maneira geral, essa média móvel suaviza as flutuações diárias e pode ajudar a identificar a direção geral da série. Em séries temporais com componentes sazonais, é possível decompor a série em tendência, sazonalidade e componente de erro. A decomposição ajuda a entender melhor os padrões repetitivos e a variância na série temporal.

5.4 SOFTWARE RSTUDIO

O Software Rstudio é um ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) em que é aplicado no modelo de programação R. Ele se destaca por sua interface intuitiva e sua praticidade. Entre os programadores, por exemplo, é considerado um dos Softwares mais simples para se usar e bastante completo devido sua capacidade de combinar ferramentas para trabalhar com a edição de códigos, gerenciamento de projetos e visualização de dados. Além disso, o sistema utiliza um suporte que ajuda a facilitar a manipulação e a visualização dos dados chamados de pacotes. Esses são coleções de funções de análises, manipulações que estão anexados no aplicativo para auxiliar o usuário a fazer as programações estatísticas sem precisar escrever todo o código do zero.

5.4.1 LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO R

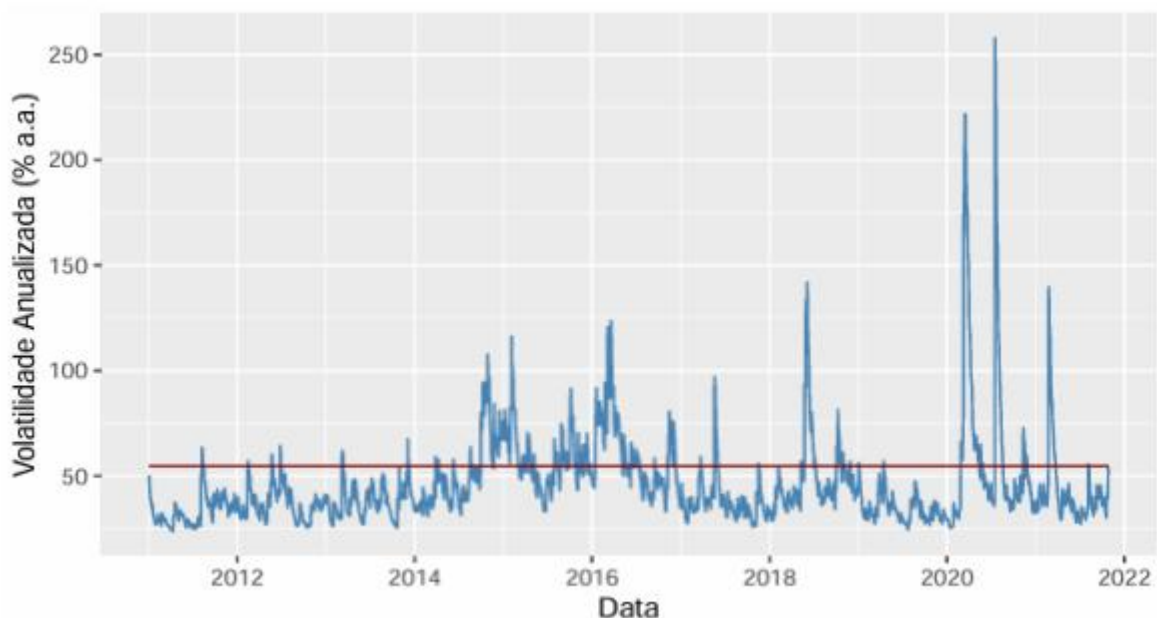
De maneira geral, R é uma linguagem de programação que desenvolve processos por intermédio de um conjunto de dados pré-estabelecido. Basicamente, sua finalidade é programar informações através do uso de códigos, variáveis, funções, estruturação dos dados e operadores, para que então usando essas ferramentas de forma compactadas e, principalmente, estratégica proporcione aos usuários materiais de análises estatísticas e gráficas de maneira simples e completa. Este modelo é aplicado em vários campos do conhecimento, como por exemplo, na área de economia e finanças, nas ciências Biológicas e ciência de Dados.

5.4.2 RStudio E AS APLICAÇÕES NOS MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE

Mediante aos levantamentos de estudos e exemplos práticos abordados nos capítulos anteriores deste trabalho, foi realizado como forma de pesquisa e observações, a aplicação de um conjunto de dados estabelecido, sob um intervalo de tempo direcionado e específico sobre as ações de Petrobrás (PETR4) e Vale (VALE3). De maneira geral, as observações sobre o gráfico, devem ser interpretadas sobre a condições de Volatilidade e dispersão dos papéis ao longo do tempo, e, portanto, de maneira intrínseca ou sobre embasamentos microeconômicos interpretar o grau de volatilidade dos papéis, sob perspectivas do mercado.

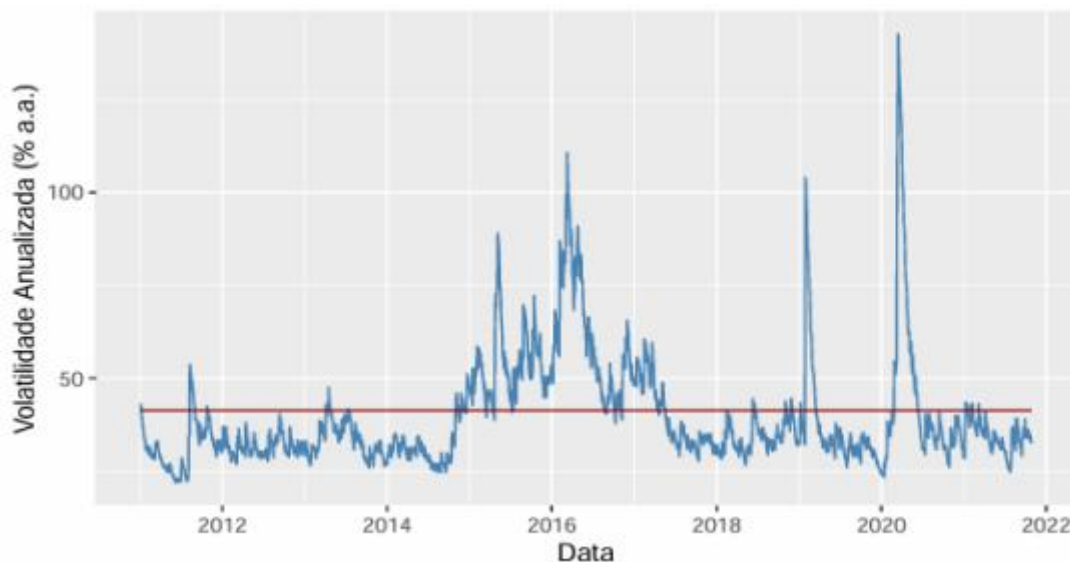
A seguir será mostrado os gráficos das duas ações e sob análise investigativa das oscilações ocorridas, será comentado um pouco sobre variações dos preços dos papéis:

Gráfico 15 - Modelo GARCH (1,1) com métodos da heterocedasticidade. Análise de Volatilidade da ação PETR4, no intervalo de 31/12/2010 a 27/10/2021.



Fonte: Elaboração própria.

Gráfico 16 - Modelo GARCH (1,1) com métodos da heterocedasticidade. Análise de Volatilidade da ação VALE3, no intervalo de 31/12/2010 à 27/10/2021.



Fonte: Rstudio.

Nos gráficos anteriores percebe-se que existe um grau de volatilidade apresentado em torno das variâncias constantes, linha vermelha representada no gráfico, de modo que seu comportamento não é uniforme. Logo, dentro do intervalo trabalhado, as variações dos preços se dispersam. As decorrências dessas oscilações são devido a promulgação do mercado, sob perspectivas de interesses dos investidores em querer comprar ou vender essas ações mediante aos seus embasamentos econômicos, crises financeiras, sanitárias, guerras, conflitos sociais e culturais ou supostas interpretações de notícias que podem abalar o mercado acionista, e conseqüentemente, a cotação dos ativos listados.

Portanto, aplicar esse modelo para compreender o desempenho das ações, torna-se viável pois apesar das eventualidades sociais e crises econômicas, o GARCH auxilia o investidor a entender a dinâmica da volatilidade do mercado, observando movimentos de padrões longos e curtos da série ou até mesmo movimentos mais agudos, em que o investidor interpretará indícios sobre a resiliência do ativo ou a margem de risco durante a negociação.

Em resumo, tanto **PETR4/PETR3** quanto **VALE3** são opções robustas para investidores que buscam exposição a grandes empresas brasileiras com operações globais. Contudo, ambas as ações estão sujeitas à volatilidade, influências

de fatores externos e mudanças nas condições econômicas internacionais. Dependendo da estratégia de investimento e do perfil de risco do investidor, as ações de Petrobras ou Vale podem proporcionar oportunidades interessantes, especialmente no que tange à diversificação de carteira no mercado brasileiro.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma análise sobre a aplicação de Médias Móveis e Modelos Autorregressivos no mercado acionário brasileiro, com o objetivo de fornecer subsídios na interpretação dos comportamentos econômicos. Ao longo dos capítulos, abordaram-se os conceitos fundamentais do Mercado Acionário e da estatística descritiva, os quais são essenciais para entender os dados financeiros. Posteriormente, foram exploradas as ferramentas matemáticas e os modelos específicos utilizados para analisar séries temporais com foco em sua aplicação prática e relevância no mercado financeiro.

Nos Modelos Autorregressivos, o foco principal foi dado aos modelos heteroscedásticos, como o GARCH (1,1), que permitiram não apenas capturar a volatilidade das cotações ao longo do tempo, mas também fornecer previsões mais acuradas sobre variações futuras nos preços das ações. Esse tipo de modelagem foi aplicado às cotações das empresas Petrobras (PETR4/PETR3) e Vale (VALE3), permitindo uma análise assertiva das flutuações e tendências.

Os resultados demonstraram que a combinação de Médias Móveis e Modelos Autorregressivos proporcionam uma abordagem abrangente e eficaz para a análise de séries temporais. Enquanto as Médias Móveis se mostraram eficientes na identificação de tendências de curto e médio prazo, os Modelos Autorregressivos, especialmente os que consideram a heterocedasticidade, proporcionaram uma visão mais profunda da dinâmica temporal dos dados, possibilitando previsões mais confiáveis.

As aplicações práticas destacaram a eficácia dessas ferramentas na análise de dados reais do mercado financeiro, especialmente nas cotações de PETR4/PETR3 e VALE3 ao longo de um período específico. As Médias Móveis foram particularmente úteis para suavizar flutuações e identificar padrões, enquanto os

Modelos Autorregressivos forneceram informações valiosas sobre a previsão de volatilidade e a dinâmica subjacente dos preços.

Conclui-se que o uso combinado dessas técnicas matemáticas oferece uma abordagem precisa e eficaz para analisar séries temporais no mercado financeiro, permitindo que os investidores identifiquem padrões e tendências com maior precisão. Dessa forma, os resultados obtidos contribuem para a tomada de decisões conhecidas e estratégicas no contexto do mercado acionário brasileiro, destacando a importância do uso de métodos quantitativos e estatísticos avançados para uma análise detalhada e assertiva.

REFERÊNCIAS

CLIFTT, T.; RAGSDALE, R. **Modelagem e Análise de Decisão**. 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

ELDER, A. **Como se transformar em um operador e investidor de sucesso**. 1. ed. Rio de Janeiro: Alta Books, 2021.

FONSECA, J. S. da; MARTINS, G. de A. **Curso de Estatística**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2015.

MARQUES JR, T. E.; PORTO JR, S. da S. **Desenvolvimento Financeiro e Crescimento Econômico no Brasil – Uma avaliação Econométrica**. 2004. Monografia (Economia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Previsão de Séries Temporais**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1987.

SACHETT, A. I.; MOREIRA BEGNIS, H. S. **Regulação do Mercado de Capitais e Desenvolvimento Empresarial no Brasil**. 2018. Tese (Economia) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2019.

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2005.

PEZZULLO, J. **The symmetry and shape of data distributions often seen in biostatistics**. Disponível em: . Acesso em: 16 out. 2024.

Redação XP Educação. **O que é SMA, seu funcionamento e como ele auxilia na tomada de decisões?** [Internet]. Atualizado em 20 jul. 2023. Disponível em: <https://blog.xpeducacao.com.br/o-que-esma/>. Acesso em: 16 out. 2024.

Incrédulo Financeiro - Ricardo Rochman. **GARCH (1,1) Parte 1:** Estimativa de Volatilidade de Séries Financeiras [vídeo na Internet]. 2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=aOIGpqtZwU&pp=ygUMTW9kZWxvIEdBuKNI>. Acesso em: 16 out. 2024.

Incrédulo Financeiro - Ricardo Rochman. **GARCH (1,1) Parte 2:** Projeção de Volatilidade de Séries Financeiras [vídeo na Internet]. 2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=tSf2VynchQw&pp=ygUMTW9kZWxvIEdBuKNI>. Acesso em: 16 out. 2024. 73 Economiaetv. O que é heterocedasticidade? [vídeo na Internet]. 2020. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=i-fLov_lm0Y&pp=ygUTaGV0ZXJvY2VkYXN0aWNpZGFkZQ%3D%3D. Acesso em: 16 out. 2024.

Morettin PA. **Econometria Financeira:** Um Curso em Séries Temporais Financeiras. 3ª ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda; 2017. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=ptBR&lr=&id=RtyoEAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR5&dq=S%C3%A9rie+Temporais&ots=jEpVgRLEv&sig=7st4JKt9r8sRzXBRuH4suvA6VtQ>. Acesso em: 16 out. 2024.

De Moraes ASM, Pinto ACF, Klotzle MC. Estimativas de longo prazo para volatilidade de séries temporais no mercado financeiro brasileiro. **Rev Bras Finanças**. 2013;11(4):455-79.

Modelo GARCH. **Modelo GARCH.RMD** [programa de computador]. 2024.

Stumpf K. **Mercado de ações:** o que é, como funciona e quais são os ativos [Internet]. 2024. Disponível em: <https://www.topinvest.com.br/mercado-de-acoes/>. Acesso em: 16 out. 2024.

Reis T. **Mercado de ações:** como funciona? Entenda tudo sobre [Internet]. 2023. Disponível em: <https://www.suno.com.br/guias/mercado-de-acoes/>. Acesso em: 16 out. 2024.

PASQUALI, Luiz. A curva normal. **Matemática Discreta**. Rio de Janeiro, 2006.